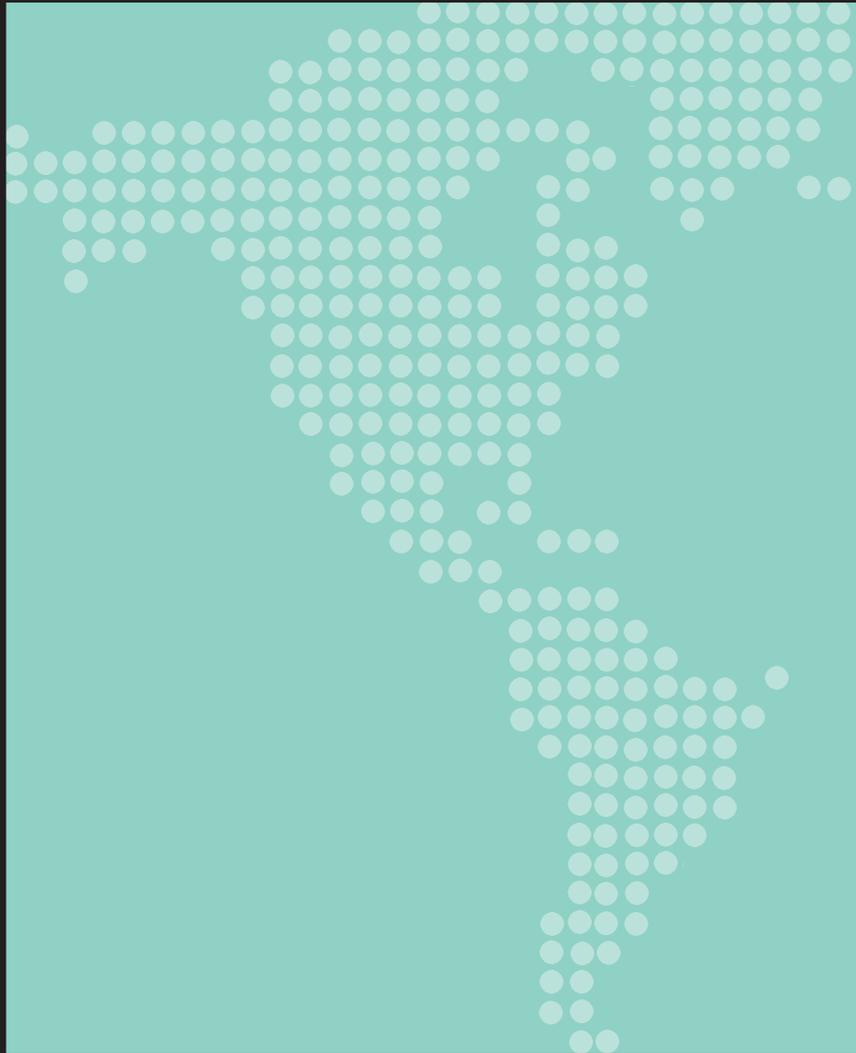




Existencia de una estructura óptima de capital

Luis Chávez-Bedoya
Omar Piminchumo
Alfonso Bedía



Existencia de una estructura óptima de capital

Existencia de una estructura óptima de capital

Luis Chávez-Bedoya • Omar Piminchumo
Alfonso Bedía



Existencia de una estructura óptima de capital

Serie Gerencia para el Desarrollo 78

© Luis Chávez-Bedoya, Omar Piminchumo, Alfonso Bedía, 2018

© Universidad ESAN, 2020

Alonso de Molina 1652, Surco, Lima-Perú

www.esan.edu.pe

esanediciones@esan.edu.pe

Primera edición digital Lima, octubre del 2020

ISBN 978-612-4437-18-2

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2021-05540

DIRECCIÓN EDITORIAL

Ada Ampuero

CORRECCIÓN TÉCNICA

José Lumbreras

CORRECCIÓN DE ESTILO Y EDICIÓN

Ada Ampuero

DISEÑO DE CARÁTULA E INTERIORES Y DIAGRAMACIÓN

Ana María Tessey

PUBLICADO

Octubre del 2020

Índice

| | |
|--|----|
| Introducción | 6 |
| Capítulo 1. Marco teórico, metodología y desarrollo | 10 |
| 1. Conceptos fundamentales | 10 |
| 2. Aplicación de los criterios de las derivadas al RWACC | 14 |
| 2.1. Aplicación del criterio de la primera derivada | 15 |
| 2.2. Aplicación del criterio de la segunda derivada | 16 |
| 3. Existencia de la estructura óptima de capital | 17 |
| 3.1. Caso 1 | 18 |
| 3.2. Caso 2 | 20 |
| 3.3. Caso 3 | 26 |
| 3.4. Caso 4 | 33 |
| 4. Conclusiones del capítulo | 39 |
| Capítulo 2. Revisión del modelo de Pablo Fernández | 41 |
| 1. Revisión del estudio de Pablo Fernández | 41 |
| 2. Comparación de resultados | 43 |
| 3. Ventajas y desventajas del modelo | 53 |
| Conclusiones | 55 |
| Bibliografía | 58 |
| Sobre los autores | 60 |

Introducción

La estructura de capital de una empresa es la combinación de deuda y patrimonio con la que se planea financiar las inversiones que generarán los ingresos futuros (flujos de caja). Tanto la deuda como el patrimonio tienen rendimientos exigidos (R_B y R_S respectivamente), con los cuales, cuando se ponderan por su respectiva participación, se obtiene el costo promedio ponderado de capital (R_{WACC}); es decir, el costo global en que la empresa incurre por los fondos recibidos. De ahí que lo más conveniente para una compañía sea disminuir este costo lo máximo posible, pues esto a su vez aumenta el valor de la empresa.

En esta línea, muchas metodologías desarrolladas y que pretenden servir de modelos de valorización de empresas presentan dos factores en común: el flujo proyectado y la tasa a la que se va a descontar dicho flujo. En esos modelos se pueden considerar características de perpetuidad (lo que simplifica los cálculos) o flujos finitos. Si se quiere hacer más complejo el modelo, se pueden agregar los efectos del costo o las probabilidades de quiebra e incluir criterios probabilísticos a los flujos de efectivo y tasas de descuento con el fin de evaluar la sensibilidad de los resultados a los riesgos existentes.

Se pueden mencionar tres metodologías de valorización de empresas mediante flujos descontados: costo promedio ponderado de capital (WACC), valor presente ajustado (APV) y flujo a capital (FTE). Cada una presenta diferentes criterios de aplicación, puede utilizarse según circunstancias específicas y, además, responde a diversas formulaciones y proce-

dimientos; sin embargo, las tres requieren conocer las tasas R_B (costo de la deuda) o R_S (costo del capital accionario).

Por otro lado, Modigliani y Miller propusieron que, en un mundo con impuestos, mientras más apalancamiento tenga la empresa, menor será el R_{WACC} y, por ende, mayor será el valor de esta. El problema con esta proposición, sin embargo, es que implica que la empresa puede apalancarse sin límite y seguir incrementando su valor indefinidamente solo adquiriendo más deuda con respecto al capital; lo cual no se condice con la realidad. De hecho, conforme aumenta el nivel de endeudamiento, los flujos de deuda se vuelven más riesgosos para los bonistas, por lo que estos exigirán una tasa más alta debido al riesgo implícito de no poder cobrar el préstamo completo en caso de insolvencia de la empresa. A su vez, al aumentar el costo del financiamiento y el nivel de deuda, la tasa exigida por el accionista para su inversión también aumenta.

Este efecto, en el que tanto los bonistas como los accionistas perciben una mayor probabilidad de impago de sus aportes a partir de un cierto nivel de deuda es conocido como costos de quiebra, y es uno de los factores que impiden que las empresas se endeuden sin control. Los costos de quiebra provocan una inflexión en el costo promedio ponderado de capital (WACC) de la empresa, es decir, un punto donde este es mínimo y puede lograrse el máximo valor de la empresa. Este último argumento indicaría que existe una estructura óptima de capital.

En la actualidad se cuenta con estudios y teorías relacionados con la existencia de una estructura óptima de capital sobre la base de ciertas condiciones; sin embargo, no hay ninguna formulación matemática que permita demostrar estas conclusiones.

Al respecto, la presente investigación busca encontrar y brindar un modelo matemático que permita sustentar analíticamente el concepto del punto de inflexión y su cálculo basándose en la premisa de que los costos de quiebra, agencia y otros asociados al aumento de la deuda se reflejan en la tasa R_B . En esa dirección, este trabajo se inicia definiendo el costo promedio ponderado de capital en función del nivel de apalancamiento, el cual se convierte en la variable por analizar ($\emptyset = B/S$). Luego, se hace uso del cálculo diferencial para establecer que toda función que tenga un mínimo debe cumplir con los criterios de la primera y segunda derivada.

De este modo, a lo largo del trabajo se presentan cuatro casos que buscan encontrar la combinación de expresiones para R_S y R_B que, al utilizarse en R_{WACC} , permitan el cálculo analítico de la estructura óptima de capital. En los primeros dos casos se comienza con el análisis matemático del cumplimiento de los criterios de la primera y segunda derivada para tratar de obtener la expresión de R_B . Mientras que en los casos tres y cuatro, primero se proponen las expresiones de R_S y R_B y luego se establece si dichas expresiones cumplen los criterios de la primera y segunda derivada.

Adicionalmente, se presenta un ejercicio comparativo utilizando un estudio previo de estructura óptima de capital: *Optimal capital structure: Problems with the Harvard and Damodaran approaches*, de Pablo Fernández (2002), en el cual se analiza un caso de estructura óptima de capital presentado en una nota técnica de la Harvard Business School. En este estudio, lo más resaltante para el interés de la presente investigación son los valores de R_B y R_S utilizados, los cuales son números que no siguen ninguna relación matemática o expresión financiera conocida y, por tanto, no es posible justificar el por qué se usaron esos números y no otros.

En ese sentido, el presente trabajo se enfocará en presentar y analizar expresiones matemáticas para R_B y R_S que permitan demostrar matemáticamente la existencia de una posible estructura óptima de capital y cuáles serían las condiciones para que ello se logre. Por otro lado, de demostrarse que no es posible calcular una estructura óptima de capital se respaldaría la teoría del *market timing*, según la cual la estructura óptima es producto de hechos y decisiones históricas de las empresas.

Es importante mencionar que la investigación presenta limitaciones respecto a la estimación del costo de la deuda (R_B), ya que es muy complicado de determinar por la gran cantidad de factores exógenos y endógenos que generan una alta dispersión en las tasas de interés de las diferentes entidades financieras. Determinar cómo las entidades financieras fijan el costo de la deuda es ingresar a un campo en el cual se toman en consideración algunos de los siguientes factores (o todos ellos): costo del fondeo de la entidad financiera, capacidad de pago de la entidad prestataria (riesgo de crédito), información de riesgos, escala (monto) del crédito, garantías, contexto del país (económico, político, social, etc.), y contexto mundial (económico, político, social, etc.).

Este libro consta de dos capítulos y una sección de conclusiones. El primer capítulo presenta todos los conceptos que se utilizarán en la presente investigación, la aplicación de los criterios de las derivadas en el cálculo del R_{WAAC} , además de los mencionados cuatro modelos matemáticos de R_B y la evaluación del valor óptimo del R_{WAAC} para cada caso.

En el segundo capítulo se efectúa la revisión del modelo desarrollado por Pablo Fernández y que se espera validar en el presente libro. Además, se compara el modelo de Fernández con los casos analizados en el capítulo anterior y se presentan las ventajas y desventajas del modelo.

1

Marco teórico, metodología y desarrollo

En este primer capítulo se presentan todos los conceptos que se utilizarán en la investigación, la aplicación de los criterios de las derivadas del R_{WACC} y el desarrollo de cuatro casos teóricos sobre la aplicación de las teorías financieras consideradas.

1. Conceptos fundamentales

A fin de facilitar la exposición, en esta sección se explican brevemente algunos conceptos a los que se hará referencia en el desarrollo del trabajo, así como aquellos planteamientos de distintas teorías que se refieren al tema del costo del capital.

Teoría de Modigliani y Miller

Modigliani y Miller, en su Proposición I de un mundo sin impuestos, establecen que el valor de una empresa no depende de su estructura de capital, es decir, que será el mismo sin importar el nivel de apalancamiento (Ross, Westerfield & Jaffe, 2012). Por otro lado, en un mundo con impuestos señalan que el valor de la empresa aumenta con el apalancamiento debido al efecto del ahorro fiscal que producen los intereses. El supuesto más importante planteado por estos dos autores es que no existen los costos de quiebra, esto es, que una empresa puede apalancarse a cualquier nivel sin que haya riesgo de quebrar. Lo que en la realidad no es necesariamente cierto.

Teoría del *trade-off* (TOT)

La teoría del *trade-off* se centra en el estudio de las variables que, al aumentar el endeudamiento a partir de un cierto nivel, producen un incremento de costos que afectan negativamente el valor de la empresa (Amat & Puig, 2012; Ju, Parrino, Poteshman & Weisbach, 2005).

En otras palabras, el endeudamiento aporta valor, pero hasta un determinado nivel. Por encima de este nivel, una serie de variables como costos de insolvencia, fiscalidad, garantías, avales, imagen de la empresa, etc., hacen que el valor de la empresa disminuya si aumenta el endeudamiento. Estos costos se conocen también como costos de quiebra, ya que el aumento de la deuda luego de cierto punto incrementa el riesgo de insolvencia e impagos en mayor proporción que los beneficios fiscales generados por la deuda.

Teoría del *pecking order* (POT)

La teoría del *pecking order* indica que cuando el flujo de caja generado por una empresa es inadecuado para los compromisos de inversión y de dividendos, la empresa emite deuda. Nunca emite capital, excepto cuando solo puede emitir bonos basura o si los costos de las dificultades financieras son altos (Shyan-Sunder & Myers, 1994).

La teoría del *pecking order* analiza cómo la información asimétrica afecta las decisiones de inversión y financiamiento, y llega a dos resultados principales. El primero es que, si se ignoran los costos de las dificultades financieras, la empresa financiará sus inversiones emitiendo los valores más «seguros» que pueda. En este caso, «seguros» significa no afectados por la revelación de información privilegiada de los administradores.

El segundo resultado posible es que, si los costos de las dificultades financieras son serios, la empresa financiará sus inversiones emitiendo capital o pagando deuda. Se podría renunciar a la emisión si la información de los administradores es suficientemente favorable y el precio de la emisión es demasiado bajo. En ese caso, el ratio de deuda permanecerá alto o las inversiones serán limitadas. Sin embargo, los administradores menos optimistas emitirán capital.

Teoría del *market timing* (MTT)

Básicamente establece que no hay un punto óptimo en el cual se logre el costo de capital mínimo, sino que el resultado del endeudamiento de la empresa es consecuencia de un conjunto de hechos y decisiones históricas. No existe un valor de apalancamiento objetivo, sino que diversos factores internos y de mercado motivaron a los gerentes a lo largo del tiempo para tomar decisiones financieras que permitieron lograr el nivel de deuda que presentan las empresas (Baker & Wurgler, 2002).

Mercado eficiente

Un mercado es eficiente cuando los precios rápidamente incorporan cualquier nueva información; por ende, será difícil obtener rendimientos superiores consistentes, ya que un mercado de este tipo es ineludiblemente competitivo (Bradley, Jarrel & Kim, 1983). Los economistas definen tres niveles de eficiencia del mercado, que se distinguen por el grado de información reflejado en los precios de los valores: débil, semifuerte y fuerte.

En el nivel débil, los precios reflejan la información contenida en el registro de los precios pasados, y los precios siguen una ruta aleatoria. En el nivel semifuerte, los precios no solo reflejan los pasados, sino que se ajustan con toda la información que se publique en forma posterior. En el nivel fuerte, los precios reflejan toda la información que se puede adquirir mediante un cuidadoso análisis de la compañía y de la economía.

Tasa de descuento

La tasa de descuento de un proyecto riesgoso es el rendimiento que se espera obtener de un activo financiero de riesgo comparable. Se le denomina también costo de oportunidad ya que la inversión corporativa en el proyecto les quita a los accionistas la oportunidad de invertir los dividendos en otro activo financiero (Ross, Westerfield & Jaffe, 2012).

Costo de quiebra

La posibilidad de una quiebra causa efectos negativos sobre el valor de la empresa; sin embargo, no es el riesgo de quiebra en sí mismo lo que disminuye el valor, sino los costos asociados con la quiebra.

Los costos de quiebra pueden ser directos e indirectos. Se consideran costos directos los honorarios legales, administrativos, contables, de peritos, entre otros. Entre los costos indirectos están la obstaculización de realizar operaciones con clientes y proveedores, es decir, los efectos causados como resultado del riesgo: recortes en las líneas de pago, suspensión en el suministro de insumos, menores ventas por huida de clientes hacia competidores; por tanto, menores flujos de caja generados, etc. (Díaz, 2015).

Costo de agencia

El costo de agencia se refiere a los costos del conflicto de intereses entre los accionistas y los administradores. Estos costos pueden ser directos o indirectos.

Un costo indirecto es una oportunidad perdida como consecuencia de una inversión no realizada por el temor de la administración a perder su empleo si los resultados no son positivos, y los accionistas pierden la oportunidad de aumentar el valor de sus acciones.

Los costos directos son de dos tipos. El primero es un gasto corporativo que beneficia a la administración, pero que genera un costo para los accionistas. El segundo tipo de costo es un gasto que surge de la necesidad de supervisar las acciones de los administradores (Díaz, 2015).

Método del valor presente ajustado (APV)

El método del valor presente ajustado (APV) considera que el valor de un proyecto para una empresa apalancada (VPA) es igual al valor del proyecto para una empresa no apalancada (VPN) más el valor presente neto de los efectos secundarios del financiamiento (VPNF), los cuales son el subsidio fiscal de la deuda, los costos de emitir nuevos valores, los costos de las dificultades financieras, los subsidios al financiamiento con deuda, entre otros.

Para obtener el valor presente ajustado, se deben calcular los flujos no apalancados y descontarlos a una tasa de descuento de una empresa sin apalancamiento (R_0). Este método se basa en el nivel de deuda en cada periodo futuro, por tanto, se debe usar cuando el nivel de deuda se puede especificar de manera precisa para periodos futuros (Ross, Westerfield & Jaffe, 2012).

Método del flujo a capital (FTE)

Este método requiere descontar el flujo de efectivo de un proyecto para los accionistas de una empresa apalancada al costo del capital accionario (R_S). El R_S se estima por medio del método CAPM o de la proposición II de Modigliani y Miller, y debe ser mayor que R_0 . Para el uso de este método es necesario que se establezca una razón deuda a capital meta (Ross, Westerfield & Jaffe, 2012).

Método del costo promedio ponderado de capital (WACC)

El supuesto de este método (Ross, Westerfield & Jaffe, 2012) es que los proyectos de las empresas apalancadas se financian simultáneamente con deuda y con acciones; por tanto, el WACC es un promedio ponderado del costo de la deuda ($(1-T_X) \times R_B$) y del costo de las acciones (R_S).

La ponderación se realiza con ratios fijados como meta que se calculan en términos de valores de mercado de las acciones y la deuda, no de valores contables. Estas tasas se utilizan para descontar el flujo de efectivo no apalancado del proyecto, y para determinar el valor presente neto se le resta la inversión inicial (Ross, Westerfield & Jaffe, 2012).

2. Aplicación de los criterios de las derivadas al R_{WACC}

Para facilitar la comprensión de los procesos de cálculo que se mostrarán en las secciones siguientes, conviene mencionar inicialmente algunas propiedades y criterios importantes sobre derivadas.

Derivada de una función general:

$$[f^m(x)]' = m \times f^{m-1}(x) \times [f(x)]' \quad (1)$$

Derivada de una multiplicación de funciones:

$$[f(x) \times g(x)]' = [f(x)]' \times g(x) + f(x) \times [g(x)]' \quad (2)$$

2.1. Aplicación del criterio de la primera derivada

El criterio de la primera derivada establece que, de existir un valor x^* tal que el valor de la primera derivada de la función evaluada en ese punto sea igual a cero, entonces x^* podría ser un mínimo o máximo relativo. Este concepto queda representado matemáticamente de la siguiente forma:

$$[f(x^*)]' = 0 \quad (3)$$

Ahora, conviene revisar la aplicación de este criterio en la ecuación que se utiliza para el cálculo del costo promedio ponderado de capital (R_{WACC}). Primero, la expresión del WACC en un mundo con impuestos es:

$$R_{WACC} = \frac{S}{B+S} \times R_S + \frac{B}{B+S} \times R_B \times (1 - T_X) \quad (4)$$

donde T_X es la tasa impositiva, B es el valor de la deuda y S el valor del capital. Luego, se establecen los siguientes cambios de variables:

$$\emptyset = B/S \quad (5)$$

$$k = 1 - T_x \quad (6)$$

Además, para el presente trabajo se considerará que el costo de la deuda (R_B) es una función del apalancamiento (\emptyset), es decir $R_B = f(\emptyset)$. También se establecerá que, a mayor apalancamiento, el costo de deuda debe aumentar por efecto de los costos de quiebra (u otros) asociados a un mayor nivel de deuda. Por ende, en general debe cumplirse que:

$$R_B(\emptyset) > 0 \quad \text{y} \quad R'_B(\emptyset) > 0 \quad (7)$$

Si se reemplaza (5) y (6) en (4), se obtiene la siguiente expresión para el R_{WACC} :

$$R_{WACC}(\emptyset) = \frac{1}{1+\emptyset} \times R_S(\emptyset) + \frac{\emptyset}{1+\emptyset} \times R_B(\emptyset) \times k \quad (8)$$

Como se puede apreciar, la ecuación (8) está ahora en función del apalancamiento (\emptyset). Aplicando el criterio de la primera derivada, se tiene que para que exista un $R_{WACC}(\emptyset)$ mínimo o máximo, se debe cumplir que para cierto valor \emptyset^* , entonces $R'_{WACC}(\emptyset^*) = 0$.

Lo que corresponde ahora es obtener la derivada de la ecuación (4). Para lograr este objetivo, se debe tener en cuenta las propiedades de la derivada indicadas anteriormente. De esta forma:

$$R'_{WACC}(\emptyset) = \frac{-R_s(\emptyset)}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{R'_s(\emptyset)}{1 + \emptyset} + \frac{R_B(\emptyset) \times k}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{\emptyset \times R'_B(\emptyset) \times k}{1 + \emptyset} = 0 \quad (9)$$

Lo que finalmente equivale a:

$$\frac{R_B(\emptyset) \times k}{(1 + \emptyset)^2} - \frac{R_s(\emptyset)}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{R'_s(\emptyset)}{1 + \emptyset} + \frac{\emptyset \times R'_B(\emptyset) \times k}{1 + \emptyset} = 0$$

$$\frac{R_B(\emptyset) \times k}{1 + \emptyset} - \frac{R_s(\emptyset)}{1 + \emptyset} + R'_s(\emptyset) + \emptyset \times R'_B(\emptyset) \times k = 0$$

$$\frac{R_s(\emptyset) - k \times R_B(\emptyset)}{1 + \emptyset} = R'_s(\emptyset) + R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset \quad (10)$$

2.2. Aplicación del criterio de la segunda derivada

El criterio de la segunda derivada establece que, de existir un valor x^* tal que haga que la primera derivada de la función sea igual a cero ($[f(x^*)]' = 0$), y además genere que la segunda derivada de la función en ese punto sea mayor a cero, entonces x^* es un mínimo relativo. Mientras que si la segunda derivada resulta negativa, entonces x^* es un máximo relativo, es decir:

- Si $[f(x^*)]'' > 0$, entonces x^* es un mínimo relativo
- Si $[f(x^*)]'' < 0$, entonces x^* es un máximo relativo

Luego, se aplicará este criterio a la ecuación (4). El valor de apalancamiento óptimo (\emptyset^*) debe lograr que $[R_{WACC}(\emptyset^*)]'' > 0$, lo que a su vez implique que $R_{WACC}(\emptyset^*)$ sea el mínimo costo promedio ponderado de capital. Entonces, la segunda derivada de (4) es:

$$R''_{WACC}(\emptyset) = \left(\frac{1}{1 + \emptyset} \times R_s(\emptyset) + \frac{\emptyset}{1 + \emptyset} \times R_B(\emptyset) \times k \right)'' > 0$$

$$(R'_{WACC}(\emptyset))' = \left(\frac{-R_S(\emptyset)}{(1+\emptyset)^2} + \frac{R'_S(\emptyset)}{1+\emptyset} + \frac{R_B(\emptyset) \times k}{(1+\emptyset)^2} + \frac{\emptyset \times R'_B(\emptyset) \times k}{1+\emptyset} \right)' > 0$$

Donde la derivada de:

$$\left(\frac{1}{(1+\emptyset)^2} \right)' = [(1+\emptyset)^{-2}]' = -2(1+\emptyset)^{-3} = -\frac{2}{(1+\emptyset)^3}$$

$$\left(\frac{1}{(1+\emptyset)} \right)' = [(1+\emptyset)^{-1}]' = -1(1+\emptyset)^{-2} = -\frac{1}{(1+\emptyset)^2}$$

Y la derivada de:

$$\left(\frac{\emptyset}{1+\emptyset} \right)' = \left(\emptyset \times \frac{1}{1+\emptyset} \right)' = \emptyset' \times \frac{1}{(1+\emptyset)} + \emptyset \times \left(\frac{1}{1+\emptyset} \right)' = \frac{1}{(1+\emptyset)} - \frac{\emptyset}{(1+\emptyset)^2} = \frac{1}{(1+\emptyset)^2}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} R''_{WACC}(\emptyset) &= \frac{2 \times R_S(\emptyset)}{(1+\emptyset)^3} - \frac{2 \times R'_S(\emptyset)}{(1+\emptyset)^2} + \frac{R''_S(\emptyset)}{1+\emptyset} - \frac{2 \times k \times R_B(\emptyset)}{(1+\emptyset)^3} \\ &\quad + \frac{2 \times k \times R'_B(\emptyset)}{(1+\emptyset)^2} + \frac{\emptyset \times k \times R''_B(\emptyset)}{1+\emptyset} > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Finalmente, se puede establecer lo siguiente: si se obtiene un \emptyset^* para el cual se cumple que $R'_{WACC}(\emptyset^*) = 0$ y $R''_{WACC}(\emptyset^*) > 0$, entonces \emptyset^* sería la estructura óptima de capital para la cual el costo promedio ponderado de capital (R_{WACC}) es mínimo.

3. Existencia de la estructura óptima de capital

A continuación, se desarrollarán cuatro casos en los cuales se busca encontrar la estructura óptima de capital utilizando diversas formulaciones y expresiones matemáticas para R_S y R_B . Es importante mencionar que en todos los desarrollos que se presentarán en adelante se asumirán las siguientes tres premisas:

- i. $R_S(\emptyset) > R_B(\emptyset)$
- ii. $R_0 > R_V > 0$,
- iii. $R_B(\emptyset = 0) = R_V$.

Las premisas (i) y (ii) indican que el capital, al ser riesgoso, tiene un rendimiento esperado mayor que el de la deuda, que es menos riesgosa. La premisa (iii) indica que el costo de la deuda cuando el apalancamiento es cero (cuando no existe deuda) es igual a una tasa R_V . Esta tasa R_V representa el interés al cual un acreedor estaría dispuesto a hacer un préstamo a una empresa que no tiene deuda, es decir, que se encuentra totalmente financiada con patrimonio.

Finalmente, para los casos que se mostrarán a continuación, el objetivo es encontrar un valor o expresión de \emptyset^* que permita obtener un R_{WACC} mínimo. Para lograr este propósito se utilizarán las expresiones (9), (10) y (11).

3.1. Caso 1

Para este caso, se tomará la expresión del costo del capital accionario (R_S) que se deriva de la ecuación de Modigliani y Miller, y se expresará en función del apalancamiento (\emptyset). El costo de la deuda se considerará como una función cualquiera del apalancamiento: $R_B(\emptyset)$, que se espera que aumente conforme aumenta el nivel de deuda de la empresa, reflejando de esta manera los costos de quiebra asociados.

Ambas expresiones, el costo del capital y costo de la deuda, se usarán en la ecuación (10) con el fin de poder obtener el apalancamiento óptimo en función de variables que dependan del apalancamiento (\emptyset). En el cuadro 1.1 se pueden ver las expresiones de ambas tasas (costos), incluyendo la primera y la segunda derivada para cada uno.

Cuadro 1.1. Primera y segunda derivada de R_S y R_B para el caso 1

| Costo del capital accionario | Costo de la deuda |
|--|--------------------|
| $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_B(\emptyset)) \times k$ | $R_B(\emptyset)$ |
| $R'_S(\emptyset) = k \times R_0 - k \times R'_B(\emptyset) - R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset$ | $R'_B(\emptyset)$ |
| $R''_S(\emptyset) = -k \times R'_B(\emptyset) - R''_B(\emptyset) \times k \times \emptyset - R'_B(\emptyset) \times k$ | $R''_B(\emptyset)$ |

Elaboración propia.

A continuación, se reemplazarán las ecuaciones del cuadro 1.1 en la ecuación (10), con el fin de obtener una expresión de \emptyset^* (o en su defecto $R_B(\emptyset)$) que permita calcular el apalancamiento óptimo en función de las otras variables. Se tiene entonces:

$$\frac{R_s(\emptyset) - k \times R_B(\emptyset)}{1 + \emptyset} = R'_s(\emptyset) + R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset \quad (10)$$

Reemplazando y resolviendo la ecuación (10) con los datos del cuadro 1.1, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{[R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_B(\emptyset)) \times k] - k \times R_B(\emptyset)}{1 + \emptyset} \\ = [k \times R_0 - k \times R_B(\emptyset) - R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset] + R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset \end{aligned}$$

$$\frac{R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_B(\emptyset)) \times k - k \times R_B(\emptyset)}{1 + \emptyset} = k \times R_0 - k \times R_B(\emptyset)$$

$$\begin{aligned} R_0 + \emptyset \times k \times R_0 - \emptyset \times k \times R_B(\emptyset) - k \times R_B(\emptyset) \\ = k \times R_0 - k \times R_B(\emptyset) + \emptyset \times k \times R_0 - \emptyset \times k \times R_B(\emptyset) \end{aligned}$$

Despejando la ecuación anterior, queda:

$$R_0 = k \times R_0$$

$$R_0 = (1 - T_x) \times R_0$$

lo cual implica que:

$$T_x = 0$$

Del desarrollo de esta sección se puede concluir que:

- La única forma de encontrar el R_{WACC} óptimo es cuando el impuesto es cero.
- En el resultado final se obtiene un valor de impuestos igual al 0%. Esto último implica el cumplimiento de la Proposición I de

Modigliani y Miller en un mundo sin impuestos, la cual establece que el valor de la empresa se mantiene igual sin importar su nivel de apalancamiento; es decir, que el R_{WACC} se mantiene constante.

- Las funciones $R_B(\emptyset)$ y $R'_B(\emptyset)$ se eliminan. Lo que implica que, sin importar la forma que tenga $R_B(\emptyset)$ (lineal, exponencial, cuadrática, etc.), la condición de impuestos igual a cero provocará que el R_{WACC} se mantenga constante sin importar el nivel de apalancamiento (\emptyset).
- Cuando la tasa R_S se calcula en función de R_B (según la expresión original de M&M), y esta última a su vez también se encuentra en función del apalancamiento, no podrán obtenerse las condiciones para la existencia de una estructura óptima de capital. Lo mejor que puede lograrse es la existencia de un R_{WACC} constante, lo que a su vez implica que no exista un único apalancamiento óptimo, o que todos los niveles de apalancamiento son óptimos.

3.2. Caso 2

Para este y los siguientes casos, se reemplazará $R_B(\emptyset)$ por R_V en la expresión de R_S . Hay que recordar que R_V es igual a R_B cuando no existe deuda ($\emptyset = 0$). Las ecuaciones se detallan en el cuadro 1.2. Ambas expresiones, el costo del capital y el costo de la deuda, se usarán en la ecuación (10) con el fin de derivar el apalancamiento óptimo.

Cuadro 1.2. Primera y segunda derivada de R_S y R_B para el caso 2

| Costo del capital accionario | Costo de la deuda |
|--|--------------------|
| $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k$ | $R_B(\emptyset)$ |
| $R'_S(\emptyset) = (R_0 - R_V) \times k$ | $R'_B(\emptyset)$ |
| $R''_S(\emptyset) = 0$ | $R''_B(\emptyset)$ |

Elaboración propia.

Reemplazando los datos del cuadro 1.2 en la expresión (10) obtenida en la sección anterior, se tiene:

$$\frac{[R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k] - k \times R_B(\emptyset)}{1 + \emptyset} = [(R_0 - R_V) \times k] + R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset$$

Ahora se procede a despejar la fórmula:

$$\begin{aligned} [R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k] - k \times R_B(\emptyset) \\ = (1 + \emptyset) \times \{ [(R_0 - R_V) \times k] + R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset \} \end{aligned}$$

$$R_0 - k \times R_B(\emptyset) = (R_0 - R_V) \times k + R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset \times (1 + \emptyset)$$

$$k \times R_B(\emptyset) = R_0 - (R_0 - R_V) \times k - R'_B(\emptyset) \times k \times \emptyset \times (1 + \emptyset)$$

$$R_B(\emptyset) = R_0/k - (R_0 - R_V) - R'_B(\emptyset) \times \emptyset \times (1 + \emptyset)$$

$$R_B(\emptyset) = R_0 \times \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + R_V - R'_B(\emptyset) \times \emptyset \times (1 + \emptyset) \quad (12)$$

Donde $k = 1 - T_x$ por tanto:

$$R_B(\emptyset) = R_0 \times \left(\frac{T_x}{1 - T_x} \right) + R_V - R'_B(\emptyset) \times \emptyset \times (1 + \emptyset) \quad (13)$$

En adelante, para facilitar los cálculos futuros se denominará:

$$H = R_0 \times \left(\frac{T_x}{1 - T_x} \right) + R_V \quad (14)$$

Finalmente, de (13) se obtiene,

$$R_B(\emptyset) = H - R'_B(\emptyset) \times \emptyset \times (1 + \emptyset) \quad (15)$$

La ecuación (15) es una ecuación diferencial ordinaria, la cual será resuelta. Para esto, se debe considerar que la derivada de una función puede expresarse como:

$$f(x)' = df(x)/dx$$

Así:

$$R_B(\emptyset) = H - \frac{d(R_B(\emptyset))}{d\emptyset} \times \emptyset \times (1 + \emptyset)$$

$$\frac{d(R_B(\emptyset))}{H - R_B(\emptyset)} = \frac{d\emptyset}{\emptyset^* \times (1 + \emptyset)}$$

Integrando ambos lados de la ecuación anterior se tiene:

$$\int_{R_B(\emptyset_1)}^{R_B(\emptyset_2)} \frac{1}{H - R_B(\emptyset)} \times d(R_B(\emptyset)) = \int_{\emptyset_1}^{\emptyset_2} \frac{1}{\emptyset \times (1 + \emptyset)} \times d\emptyset$$

$$-\ln(H - R_B(\emptyset)) \Big|_{R_B(\emptyset_1)}^{R_B(\emptyset_2)} = \ln\left(\frac{\emptyset}{1 + \emptyset}\right) \Big|_{\emptyset_1}^{\emptyset_2}$$

$$-\ln(H - R_B(\emptyset_2)) + \ln(H - R_B(\emptyset_1)) = \ln\left(\frac{\emptyset_2}{1 + \emptyset_2}\right) - \ln\left(\frac{\emptyset_1}{1 + \emptyset_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{H - R_B(\emptyset_1)}{H - R_B(\emptyset_2)}\right) = \ln\left(\frac{\emptyset_2 \times (1 + \emptyset_1)}{(1 + \emptyset_2) \times \emptyset_1}\right)$$

$$\frac{H - R_B(\emptyset_1)}{H - R_B(\emptyset_2)} = \frac{\emptyset_2 \times (1 + \emptyset_1)}{(1 + \emptyset_2) \times \emptyset_1}$$

$$R_B(\emptyset_2) = H - \frac{(1 + \emptyset_2) \times \emptyset_1}{\emptyset_2 \times (1 + \emptyset_1)} \times (H - R_B(\emptyset_1)) \quad (16)$$

Anteriormente se indicó que R_V es el valor de R_B cuando el apalancamiento es cero. Por lo que se puede tomar la condición de borde donde $\emptyset_1 = 0$ y $R_B(\emptyset_1 = 0) = R_V$. Luego, haciendo $\emptyset_2 = \emptyset$ y resolviendo (16) se tiene:

$$R_B(\emptyset) = H = R_0 \times \left(\frac{T_x}{1 - T_x}\right) + R_V \quad (17)$$

A manera de ejemplo ilustrativo se presenta la figura 1.1, la cual muestra la evolución de R_S (Cuadro 1.2), R_B dado por (17) y R_{WACC} dado por (4), considerando los siguientes valores:

$$R_0 = 12\% \quad R_V = 8\% \quad T_x = 30\%$$

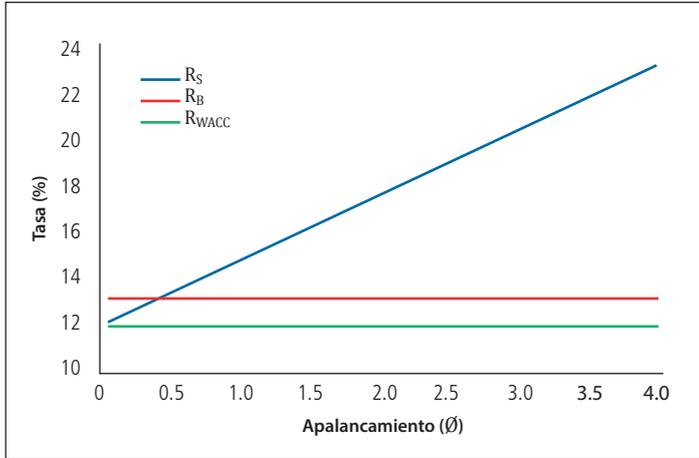


Figura 1.1. Evolución de R_S (cuadro 1.2), R_B (17) y R_{WACC} (8) para diferentes valores de apalancamiento

Elaboración propia.

La ecuación (17) es una solución de la ecuación diferencial (15). De hecho, a manera de comprobación, si se obtiene la derivada de la expresión (17) y se reemplaza en (15), como resultado se obtiene la misma ecuación (17). El valor de la ecuación (17) es una constante que no depende del apalancamiento.

Al reemplazar la expresión de R_S (cuadro 1.2) y R_B dada por (17) en $R'_{WACC}(\emptyset)$ y resolver, se obtiene que el numerador es igual a cero:

$$R'_{WACC}(\emptyset) = \frac{-[R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k]}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{(R_0 - R_V) \times k}{1 + \emptyset} + \frac{\left[R_0 \times \left(\frac{1}{k} - 1\right) + R_V\right] \times k}{(1 + \emptyset)^2}$$

$$R'_{WACC}(\emptyset) = \frac{-[R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k]}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{(R_0 - R_V) \times k \times (1 + \emptyset)}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{R_0 \times (1 - k) + R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2}$$

$$R'_{WACC}(\emptyset^*) = \frac{-R_0 + R_0 \times k - R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{R_0 \times (1 - k) + R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2}$$

$$R'_{WACC}(\emptyset^*) = \frac{-R_0 + R_0 \times k - R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{R_0 \times (1 - k) + R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2}$$

$$R'_{WACC}(\emptyset^*) = \frac{-R_0 + R_0 \times k - R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2} + \frac{R_0 - R_0 \times k + R_V \times k}{(1 + \emptyset)^2}$$

$$R'_{WACC}(\emptyset) = \frac{0}{(1 + \emptyset)^2} = 0$$

Lo cual implica que la ecuación (17) genera un $R'_{WACC}(\emptyset) = 0$ para cualquier nivel de apalancamiento, haciendo mínimos todos los valores de \emptyset . Esto implica que R_{WACC} se comporta como una línea horizontal, tal y como se muestra en la figura 1.1.

A pesar de que se pudo obtener una expresión para R_B , la ecuación (17) no cumple con el objetivo principal del presente trabajo, el cual busca obtener expresiones matemáticas para R_S y R_B que a su vez permitan obtener un valor de apalancamiento único para el cual el R_{WACC} sea mínimo. En este caso, las expresiones obtenidas para ambos casos hacen que todos los valores de apalancamiento sean «*óptimos*».

Además, si se considera que $R_B(\emptyset = 0) = R_V$ y se reemplaza esta condición en la ecuación (17), se obtiene que T_X debe ser 0%. Es decir, que para que se cumpla esta condición inicial el impuesto debe ser igual al 0%, lo que resulta ilógico e inaplicable en el mundo real y nos regresa a las proposiciones de Modigliani y Miller sin impuestos.

A continuación, se presentará otro camino para la solución de la ecuación diferencial (15). Esto con el fin de verificar si es posible obtener otra forma de R_{WACC} que no sea constante y que a su vez sea una solución de (15). Para esto, se partirá de la condición $R_B(\emptyset = 0) = R_V$ y se aplicará a la expresión logarítmica obtenida previamente:

$$-\ln(H - R_B(\emptyset)) + \ln(H - R_V) = \ln\left(\frac{\emptyset}{1 + \emptyset}\right) - \ln\left(\frac{0}{1 + 0}\right)$$

El segundo término de la derecha resulta indeterminado, por lo que para seguir con el análisis no se tomará en cuenta. De esta forma:

$$\ln\left(\frac{H - R_V}{H - R_B(\emptyset)}\right) = \ln\left(\frac{\emptyset}{1 + \emptyset}\right)$$

$$\frac{H - R_V}{H - R_B(\emptyset)} = \frac{\emptyset}{1 + \emptyset}$$

$$R_B(\emptyset) = R_V - \frac{R_0 \times T_x}{\emptyset \times (1 - T_x)} \quad (18)$$

Similar al caso anterior, a manera de ilustración se presenta la figura 1.2, que muestra la evolución de R_S (cuadro 1.2), R_B dado por (18) y R_{WACC} dado por (4). De igual forma se eligieron los mismos valores de $R_0 = 12\%$, $R_V = 8\%$, $T_x = 30\%$.

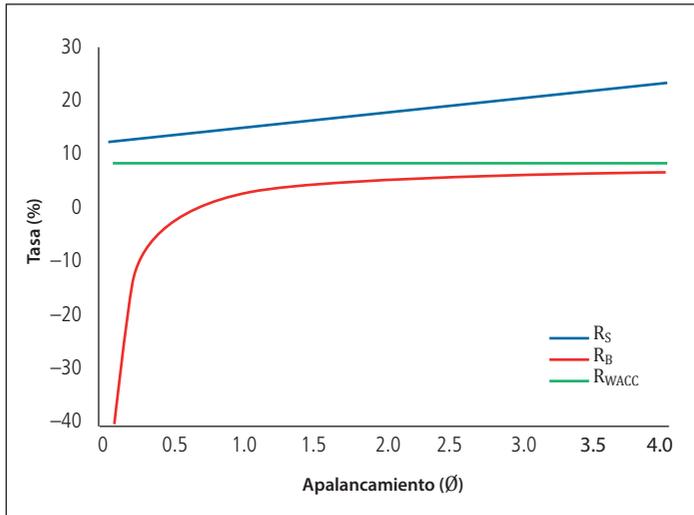


Figura 1.2. Evolución de R_S (cuadro 1.2), R_B (18) y R_{WACC} (8) para diferentes valores de apalancamiento

Elaboración propia.

La ecuación (18) representa otra solución a la ecuación diferencial (15). Al reemplazar la expresión de R_S (cuadro 1.2) y R_B dada por (18) en $R'_{WACC}(\emptyset)$ y resolver, se obtiene nuevamente que el numerador es igual

a cero, lo cual implica que la ecuación (18) genera un $R'_{WACC}(\emptyset) = 0$ para cualquier nivel de apalancamiento. Esto quiere decir que, sin importar el nivel de apalancamiento, la derivada del R_{WACC} será siempre cero, haciendo mínimos todos los valores de apalancamiento (\emptyset). Esto indica que R_{WACC} se comporta como una línea horizontal, tal y como se muestra en la figura 1.2.

Es necesario destacar que se presenta una singularidad cuando $\emptyset = 0$, lo cual hace que para ese punto el valor de R_B sea $-\infty$. Es decir, a pesar de que se limita la ecuación para que cuando el apalancamiento sea cero el valor de R_B sea igual a R_V , esto no se cumple. La razón es el descarte de $-\ln\left(\frac{0}{1+0}\right)$ que se hizo inicialmente, que es un valor indeterminado, pero que a su vez tiende a ∞ .

Finalmente se puede concluir que ni la ecuación (17) ni la ecuación (18) cumplen con el objetivo principal del presente trabajo, el cual busca obtener expresiones matemáticas para R_S y R_B que permitan calcular un valor de apalancamiento para el cual el R_{WACC} sea mínimo. En este caso, las expresiones obtenidas para ambos casos hacen que todos los valores de apalancamiento sean mínimos.

3.3. Caso 3

Anteriormente se identificaron algunas características que debe y no debe tener la expresión R_B en función del apalancamiento (\emptyset). Principalmente, se ha indicado que R_B debe aumentar conforme se incrementa el nivel de apalancamiento, y a la vez, debe ser igual a R_V cuando el nivel de deuda sea cero.

En esta sección y en la siguiente se presentarán dos propuestas de R_B , y se analizará si pueden permitir la obtención de una estructura óptima de capital. En el cuadro 1.3 se presenta la primera propuesta de R_B . A la vez, se seguirá manteniendo la forma de R_S definida en el cuadro 1.2. Así se tiene:

Cuadro 1.3. Primera y segunda derivada de R_S cuando $R_B = \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta$

| Costo del capital accionario | Costo de la deuda |
|--|---|
| $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$ | $R_B(\emptyset) = \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta$ |
| $R'_S(\emptyset) = (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$ | $R'_B(\emptyset) = \alpha \times \delta \times (1 + \emptyset)^{\delta-1}$ |
| $R''_S(\emptyset) = 0$ | $R''_B(\emptyset) = \alpha \times \delta \times (\delta - 1)(1 + \emptyset)^{\delta-2}$ |

Elaboración propia.

Donde se cumple que α y δ son constantes tales que $\alpha > 0$ y $\delta > 0$.

Reemplazando y resolviendo la ecuación (10) con los datos del cuadro 1.3, se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k - k \times \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta}{1 + \emptyset} \\ & = (R_0 - R_V) \times k + \alpha \times \delta \times (1 + \emptyset)^{\delta-1} \times k \times \emptyset \\ & R_0 - R_0 \times k + R_V \times k = k \times \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta \times (1 + \emptyset \times \delta) \\ & \frac{R_0 - R_0 \times k + R_V \times k}{k \times \alpha} = (1 + \emptyset)^\delta \times (1 + \emptyset \times \delta) \\ & \frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x) \times \alpha} = (1 + \emptyset)^\delta \times (1 + \emptyset \times \delta) \end{aligned} \quad (19)$$

Debido a que la ecuación (19) no permite despejar la variable \emptyset directamente, se procederá en primera instancia a graficar la parte derecha de la expresión (19) para diferentes valores de δ , los cuales se muestran en la figura 1.3.

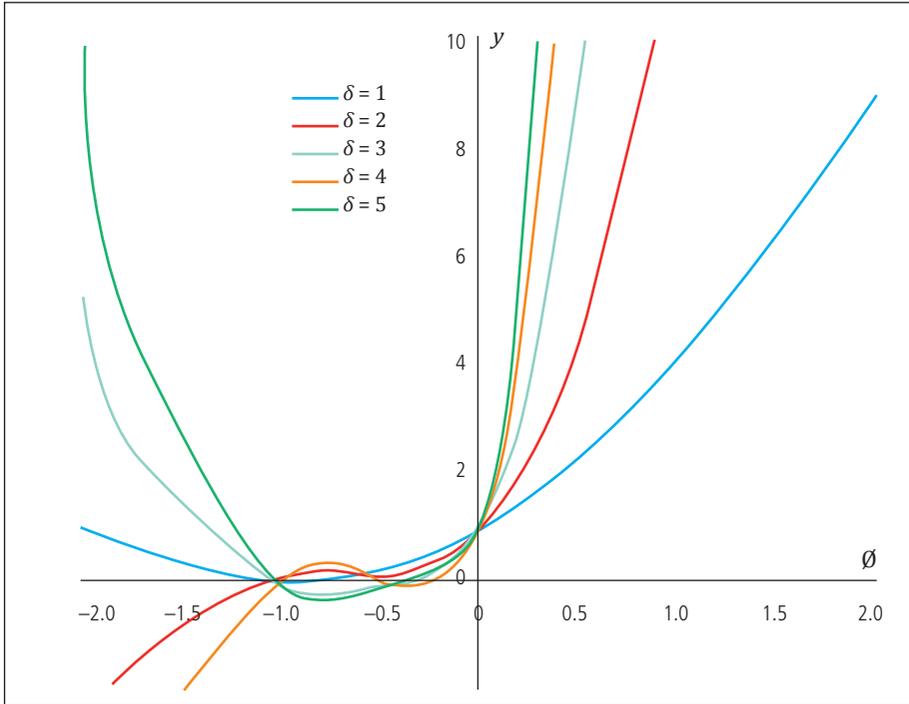


Figura 1.3. Gráficos de $y = (1 + \emptyset)^\delta \times (1 + \emptyset \times \delta)$ para diferentes valores de δ

Elaboración propia.

La condición $\alpha > 0$ implica que el lado izquierdo de la ecuación (19) debe ser siempre un número positivo. Además, el presente estudio se enmarca en situaciones con apalancamiento tal que $\delta \geq 0$. Según esto, hay que enfocarse en el comportamiento de las gráficas en el cuadrante superior derecho.

Como se puede observar en la figura 1.3, todas las curvas, sin importar el valor de δ , se cruzan en el punto 1 del eje vertical y . De hecho, esto puede comprobarse fácilmente al reemplazar $\emptyset = 0$ en el lado derecho de (19), obteniéndose como resultado 1 sin importar el valor de δ .

Esto nos permite concluir que, para cualquier valor de $\emptyset \geq 0$, se obtendrá $(1 + \emptyset)^\delta \times (1 + \emptyset \times \delta) \geq 1$ sin importar el valor de δ . Lo anterior se puede aplicar a la ecuación (19), obteniéndose la siguiente condición de existencia del apalancamiento óptimo:

$$\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x) \times \alpha} \geq 1$$

$$\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x)} \geq \alpha \quad (20)$$

La ecuación (20) limita también el valor de α a un rango determinado que permite la existencia de una estructura óptima de capital. De la misma forma, se puede concluir también que, conociendo los valores de R_0 , R_V y T_x , se puede establecer el rango de α .

Si bien ya se ha determinado un rango al que debe pertenecer α , conviene ahora determinar cuál es su valor. Para esto, se debe considerar que cuando $\emptyset = 0$, la expresión del costo de la deuda se convierte en:

$$R_B(\emptyset = 0) = \alpha \times (1 + 0)^\delta = \alpha = R_V$$

Es decir, que α representa el costo de la deuda cuando el nivel de apalancamiento es cero. Hay que recordar que anteriormente se estableció que R_V es aquel costo de la deuda a la cual un acreedor le prestaría dinero a una empresa cuando esta última no tenga deuda (apalancamiento cero). Según esto, se podría adicionar esta condición a la ecuación (20) obteniendo:

$$\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x)} \geq R_V \quad (21)$$

La desigualdad planteada en (21) se cumplirá para un amplio rango de la tasa de impuestos (T_x) siempre y cuando también se cumpla que $R_0 > R_V$. El cual es uno de los tres supuestos planteados al inicio del capítulo.

A partir de este momento, se continuará el análisis utilizando cálculos numéricos que permitirán ilustrar mejor el desarrollo que prosigue. Para esto, se considerarán los mismos valores utilizados anteriormente:

$$R_0 = 12\% \quad R_V = 8\% \quad T_x = 30\% \quad \delta = 3$$

Así, se puede establecer que para los valores de tasas e impuesto seleccionados, el valor de $\alpha = R_V = 0.08$ se encuentra dentro del rango de $0.131 \geq \alpha > 0$, lo que permite a su vez la existencia de un valor de apalancamiento óptimo (\emptyset^*) que genere un R_{WACC} mínimo.

Conviene ahora verificar si es posible obtener este valor de apalancamiento óptimo con la información que se tiene hasta el momento. Debido a que aún no se ha determinado como calcular el valor de δ , se considerará un valor cualquiera: $\delta = 3$, lo que permitirá efectuar los cálculos. Más adelante se analizará δ y su implicancia en la determinación de la estructura óptima de capital. Por ahora, la ecuación del R_{WACC} queda expresada de la siguiente forma:

$$R_{WACC}(\emptyset) = \frac{1}{1 + \emptyset} \times R_S(\emptyset) + \frac{\emptyset}{1 + \emptyset} \times R_B(\emptyset) \times k$$

$$R_{WACC}(\emptyset) = \frac{[R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)]}{1 + \emptyset} + \frac{\emptyset}{1 + \emptyset} \times R_V \times (1 + \emptyset)^\delta \quad (22)$$

$$\times (1 - T_x)$$

Utilizando los valores mencionados anteriormente y reemplazándolos en (22), se podrá graficar R_{WACC} en función del apalancamiento. Esta gráfica para los valores fijados anteriormente se muestra en la figura 1.4. Para esto, se consideran los mismos valores utilizados anteriormente:

$$R_0 = 12\% \quad R_V = 8\% \quad T_x = 30\% \quad \alpha = 0.08 \quad \delta = 3$$

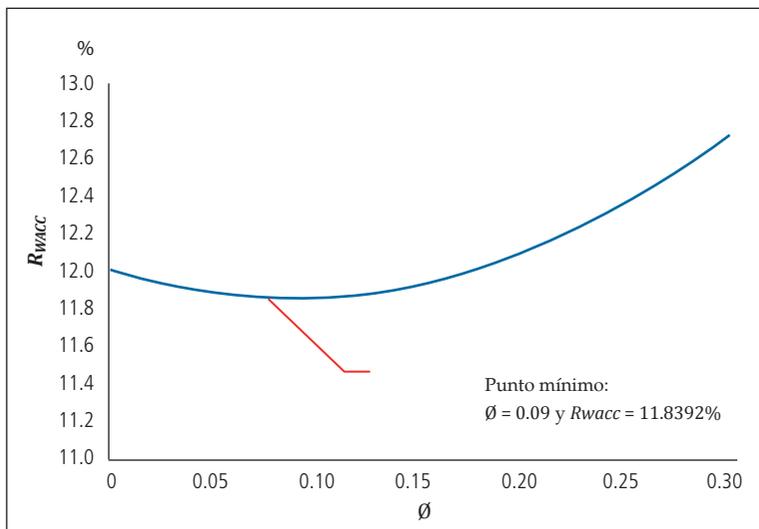


Figura 1.4. Gráfica de R_{WACC} y su punto mínimo

Elaboración propia.

De la figura 1.4 se puede obtener el punto mínimo, el cual se da para los siguientes valores:

$$\emptyset = 0.09 \text{ y } R_{WACC} = 11.84\%$$

Conviene ahora comprobar el cumplimiento de los criterios de la primera y segunda derivada reemplazando las expresiones de R_S y R_B del cuadro 1.3 en (9) y (11):

Primera derivada:

$$R'_{WACC}(\emptyset) = \frac{T_x \times (R_V - R_0) - R_V + \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta \times (1 - T_x) \times (1 + \emptyset \delta)}{(1 + \emptyset)^2} \quad (23)$$

$$R'_{WACC}(\emptyset = 0.09) = 0$$

Segunda derivada:

$$R''_{WACC}(\emptyset) = 2 \times \frac{[R_0 - (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)]}{(1 + \emptyset)^3} + \frac{\alpha \times (1 + \emptyset)^\delta \times (1 - T_x) \times [-2 + 2 \times \delta + \emptyset \times \delta \times (\delta - 1)]}{(1 + \emptyset)^3} > 0 \quad (24)$$

$$R''_{WACC}(\emptyset = 0.09) = 0.396 > 0$$

Como se puede observar, ambos criterios se cumplen, por lo que se demuestra que existe un valor de apalancamiento óptimo: $\emptyset = 0.09$ tal que se logra un R_{WACC} mínimo del 11.84%. A su vez, esto queda demostrado también gráficamente mediante la figura 1.4.

Por otro lado, para que la solución a la cual se ha llegado tenga sentido, se verifica que:

$$R_S(\emptyset = 0.09) > R_B(\emptyset = 0.09)$$

Siendo:

$$R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x),$$

$$R_B(\emptyset) = \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta$$

Con los datos que se ha venido trabajando, se procede a verificar:

$$12\% + 0.09 \times (12\% - 8\%) \times (1 - 30\%) > 0.08 (1 + 0.09)^3$$

$$12.25\% > 10.36\%$$

Si bien este ejercicio se ha planteado para unos valores específicos de tasas, estos pueden extrapolarse a cualquier set de valores siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:

iv. $\alpha = R_V$

v. $\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x)} \geq \alpha$

Ahora que ha quedado definida la variable α , conviene seguir con el análisis para definir la variable δ para la expresión R_B considerada. Para eso, se comenzará analizando la ecuación (24):

$$R''_{WACC}(\emptyset) = 2 \times \frac{[R_0 - (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)]}{(1 + \emptyset)^3} + \frac{\alpha \times (1 + \emptyset)^\delta \times (1 - T_x) \times [-2 + 2 \times \delta + \emptyset \times \delta \times (\delta - 1)]}{(1 + \emptyset)^3} > 0 \quad (24)$$

De la expresión anterior se puede observar lo siguiente:

$$2 \times \frac{[R_0 - (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)]}{(1 + \emptyset)^3} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\alpha \times (1 + \emptyset)^\delta \times (1 - T_x)}{(1 + \emptyset)^3} > 0$$

Por lo tanto, para asegurar que siempre se cumpla que $R''_{WACC}(\emptyset) > 0$, se debe asegurar que $[-2 + 2 \times \delta + \emptyset \times \delta \times (\delta - 1)] \geq 0$, lo que implica $\delta \geq 0$. Así, se establece que si $\delta \geq 0$, entonces siempre $R''_{WACC}(\emptyset) > 0$.

Toca ahora analizar la expresión de la primera derivada, representada por la ecuación (19). Con lo resuelto hasta el momento, esta se puede reescribir como:

$$\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x) \times R_V} - (1 + \emptyset)^\delta \times (1 + \emptyset \times \delta) = 0 \quad (25)$$

De la expresión anterior se puede inferir que existe una relación directa entre el valor de apalancamiento óptimo (\emptyset) y δ . Además, para cualquier valor de $\delta > 0$ existirá un valor $\emptyset > 0$ tal que (25) se cumpla. La figura 1.5 muestra esta relación usando los valores en las otras constantes utilizadas anteriormente ($R_0 = 12\%$, $R_V = 8\%$, $T_x = 30\%$, $\alpha = 0.08$). Esta figura muestra todas las combinaciones posibles de \emptyset y δ donde la ecuación (25) es igual a cero, y por ende se cumple el criterio de la primera derivada. Luego, para el rango de $\delta \geq 1$ se puede tener seguridad de que se cumple con el criterio de la segunda derivada, mientras que para valores $\delta < 1$ es necesario comprobarlo. Adicionalmente, en la figura 1.4 se obtuvo que el valor de la estructura óptima de capital era de $\emptyset = 0.09$ para un $\delta = 3$. Este punto se encuentra contenido en la gráfica de la figura 1.5.

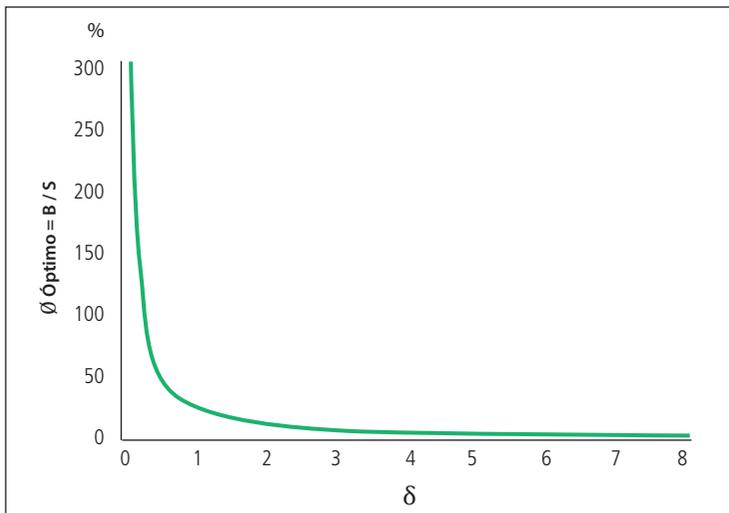


Figura 1.5. Apalancamiento óptimo en función de δ , según ecuación (25) y considerando $R_0 = 12\%$ $R_V = 8\%$ $T_x = 30\%$ $\alpha = 0.08$

Elaboración propia.

De lo analizado hasta ahora se puede concluir lo siguiente:

- Que la ecuación (25) expresa la relación directa que existe entre el apalancamiento óptimo y δ , la cual queda a su vez representada gráficamente en la figura 1.5. No obstante, esta gráfica ha sido obtenida para determinados valores de (R_0 , R_V , T_x , α), los cuales pueden variar dependiendo de cada empresa, acreedor o mercado.

- Se ha determinado que $\alpha = R_V$, y que a su vez esta debe satisfacer la condición (v), que permite la existencia de un valor de apalancamiento óptimo.
- El valor de R_V puede ser obtenido por cada institución financiera (acreedor), utilizando modelos internos para cuantificar la tasa a la que se le prestaría dinero a una empresa libre de deuda.
- La ecuación (25), al mostrarse gráficamente en la figura 5, permite observar que ambos extremos de la curva tienen tendencias asintóticas. Es decir, tanto \emptyset como δ nunca llegan a ser cero, por lo que no puede existir un apalancamiento óptimo de cero. Esto a su vez implica que para que exista una estructura óptima de capital es necesario que $\delta > 0$.
- Cuando el apalancamiento es cero, se cumple que $R_B = R_V$ sin importar el valor de δ . En esta situación, la empresa no tiene deuda y está financiada solamente por patrimonio.
- La expresión del costo del capital accionario queda definida por la ecuación $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$, mientras que el costo de la deuda es $R_B(\emptyset) = R_V \times (1 + \emptyset)^\delta$. Además, la estructura óptima de capital queda definida por la ecuación (25).
- Por último, se verificó que la solución propuesta cumple también con $R_S(\emptyset = 0.09) > R_B(\emptyset = 0.09)$.

3.4. Caso 4

Este caso se resolverá considerando el mismo procedimiento seguido en el caso 3. En el cuadro 1.4 se presenta la propuesta de R_B . A la vez, se seguirá manteniendo la forma de R_S definida en el cuadro 1.2. Así se tiene:

Cuadro 1.4. Primera y segunda derivada de R_S cuando $R_B = \alpha \times e^{\beta \times \emptyset}$

| Costo del capital accionario | Costo de la deuda |
|--|--|
| $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$ | $R_B(\emptyset) = \alpha \times e^{\beta \times \emptyset}$ |
| $R'_S(\emptyset) = (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$ | $R'_B(\emptyset) = \alpha \times \beta \times e^{\beta \times \emptyset}$ |
| $R''_S(\emptyset) = 0$ | $R''_B(\emptyset) = \alpha \times \beta^2 \times e^{\beta \times \emptyset}$ |

Elaboración propia.

Donde se cumple que α y β son constantes tales que $\alpha > 0$ y $\beta > 0$. Reemplazando y resolviendo la ecuación (10) con los datos del cuadro 1.4, se tiene:

$$\frac{R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times k - k \times \alpha \times e^{\beta \times \emptyset}}{1 + \emptyset} = (R_0 - R_V) \times k + \alpha \times \beta \times e^{\beta \times \emptyset} \times k \times \emptyset$$

$$R_0 - R_0 \times k + R_V \times k = k \times \alpha \times e^{\beta \times \emptyset} (1 + (1 + \emptyset) \times \emptyset \times \beta)$$

$$\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x) \times \alpha} = e^{\beta \times \emptyset} (1 + \emptyset \times \beta + \emptyset^2 \times \beta) \quad (26)$$

Tal y como ocurrió en el caso 3, se observa que (26) no puede ser despejada de una forma que permita calcular el valor del apalancamiento óptimo directamente. Por ende, se procede a graficar la parte derecha de la ecuación (26) para diferentes valores de β . La figura 1.6 muestra los resultados obtenidos.

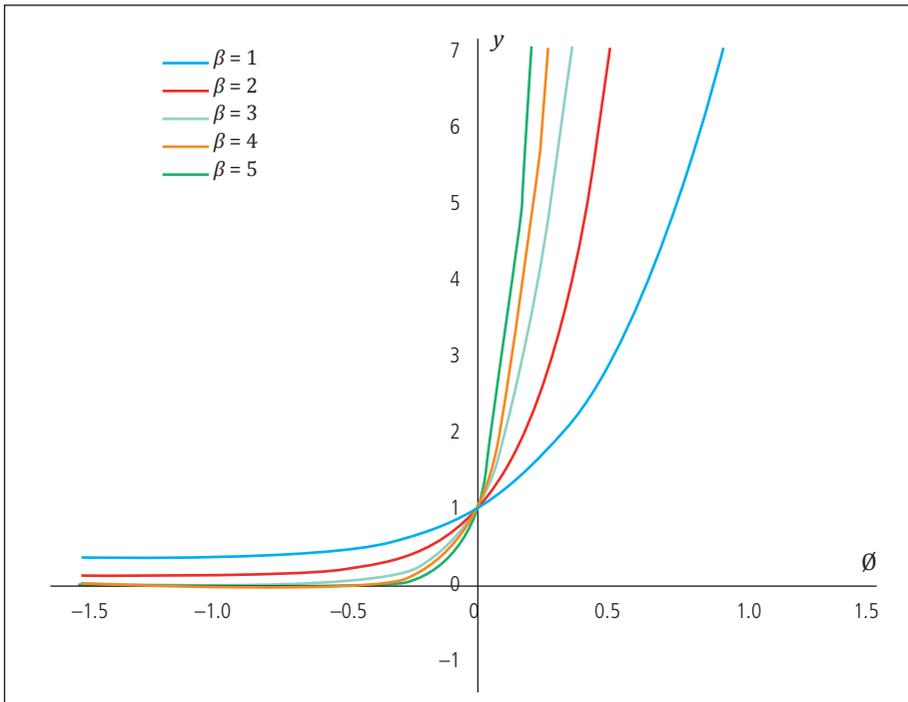


Figura 1.6. El eje $y = e^{\beta \times \emptyset} (1 + \emptyset \times \beta + \emptyset^2 \times \beta)$ para diferentes valores de β

Elaboración propia.

De igual forma que en el caso anterior, todas las curvas (sin importar el valor de β) se cruzan en el punto 1 del eje y . De hecho, si se continúa el mismo razonamiento y procedimiento que el caso 3, se llegará a las mismas expresiones establecidas en las condiciones (iv) y (v). Es claro además que $\alpha = R_V$.

Si se procede a realizar el cálculo numérico utilizando los mismos valores que en el caso 3 ($R_0 = 12\%$, $R_V = 8\%$, $T_x = 30\%$, $\alpha = 0.08$) y se define un valor preliminar de $\beta = 3$, se obtendrá la gráfica mostrada en la figura 1.7 para la ecuación (27), donde:

$$R_{WACC}(\emptyset) = \frac{1}{1 + \emptyset} \times R_S(\emptyset) + \frac{\emptyset}{1 + \emptyset} \times R_B(\emptyset) \times k$$

$$R_{WACC}(\emptyset) = \frac{[R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)]}{1 + \emptyset} + \frac{\emptyset}{1 + \emptyset} \times \alpha \times e^{\beta \times \emptyset} \times (1 - T_x) \quad (27)$$

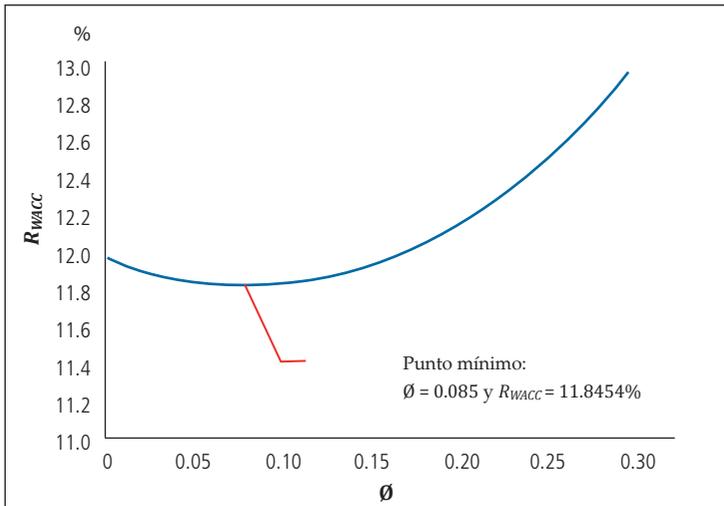


Figura 1.7. Gráfica de R_{WACC} y su punto mínimo

Elaboración propia.

De la gráfica se puede determinar que el punto mínimo se logra para los siguientes valores:

$$\emptyset = 0.085 \text{ y } R_{WACC} = 11.84\%$$

Comprobando con los criterios de la primera y segunda derivada:

Primera derivada:

$$R'_{WACC}(\emptyset) = \frac{T_x \times (R_V - R_0) - R_V + \alpha \times e^{\beta \times \emptyset} \times (1 - T_x) \times (1 + \emptyset \times \beta + \emptyset^2 \times \beta)}{(1 + \emptyset)^2} \quad (28)$$

$$R'_{WACC}(\emptyset = 0.085) = 0$$

Segunda derivada:

$$\begin{aligned} R''_{WACC}(\emptyset) &= 2 \times \frac{[R_0 - (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)]}{(1 + \emptyset)^3} \\ &+ \frac{\alpha \times e^{\beta \times \emptyset} (1 - T_x) \times [-2 + 2 \times \beta \times (1 + \emptyset) + \emptyset \times \beta^2 \times (1 + \emptyset)^2]}{(1 + \emptyset)^3} \\ &> 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$R''_{WACC}(\emptyset = 0.085) = 0.419 > 0$$

Como se puede observar, ambos criterios se cumplen. Por lo que los valores de apalancamiento y R_{WACC} representan un punto mínimo, es decir, que $\emptyset = 0.085$ representa la estructura óptima de capital para las condiciones analizadas. De igual forma, para este caso 4 se pueden utilizar otros valores de tasas mientras se cumplan las condiciones (iv) y (v).

Por otro lado, para que la solución a la cual se ha llegado siga siendo válida, se verifica que:

$$R_S(\emptyset = 0.085) > R_B(\emptyset = 0.085)$$

Siendo:

$$R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x),$$

$$R_B(\emptyset) = \alpha \times e^{\beta \times \emptyset}$$

Con los datos que se ha venido trabajando, se procede a verificar:

$$12\% + 0.085 \times (12\% - 8\%) \times (1 - 30\%) > 0.08(e)^{3(0.085)}$$

$$12.25\% > 10.32\%$$

Conviene determinar ahora el valor de β , para lo cual se analizará la ecuación (29). A partir de esta ecuación se puede determinar que la condición es que $\beta \times (1 + \emptyset) > 1$, y con eso se garantiza que $R''_{WACC} > 0$.

En estos momentos, conviene entonces proceder con la misma lógica establecida en el caso 3, y determinar gráficamente la relación β y \emptyset expresada en la ecuación (26). La cual se puede reescribir como:

$$\frac{R_0 \times T_x + R_V \times (1 - T_x)}{(1 - T_x) \times R_V} - e^{\beta \times \emptyset} (1 + \emptyset \times \beta + \emptyset^2 \times \beta) = 0 \quad (30)$$

La figura 1.8 muestra esta gráfica, en la cual se han mantenido los mismos valores utilizados para las otras variables.

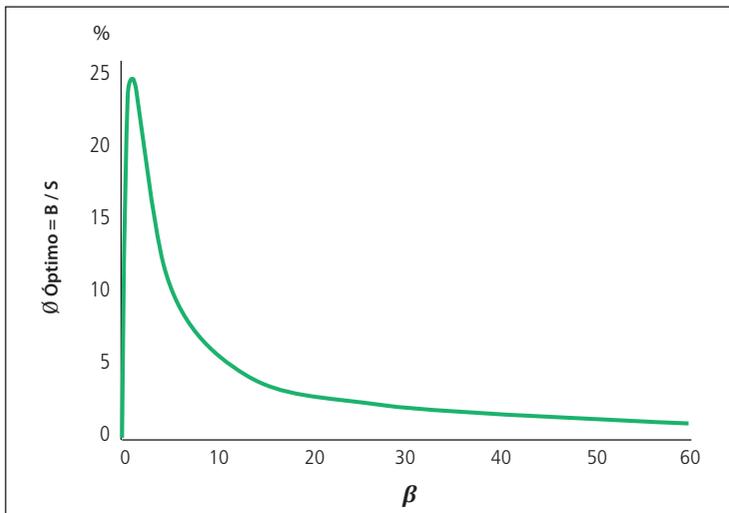


Figura 1.8. Apalancamiento óptimo en función de β , según ecuación (26) y considerando $R_0 = 12\%$ $R_V = 8\%$ $T_X = 30\%$ $\alpha = 0.08$

Elaboración propia.

De lo analizado en esta sección se puede concluir lo siguiente:

- La ecuación (30) expresa la relación directa que existe entre el apalancamiento óptimo y β . No obstante, esta gráfica ha sido obtenida para determinados valores de (R_0, R_V, T_x, α) , los cuales pueden variar dependiendo de cada empresa, acreedor o mercado.
- Se asume que las condiciones (iv) y (v) establecidas en el caso 3 también se cumplen en este caso.
- Cuando el apalancamiento es cero, se cumple que $R_B = R_V$, sin importar el valor de β . En esta situación, la empresa no tiene deuda y está financiada solamente por patrimonio.
- La ecuación (30), al mostrarse gráficamente en la figura 1.8, permite observar que en el extremo derecho la curva se vuelve asintótica conforme β aumenta. Por otro lado, se observa que el valor de apalancamiento óptimo está limitado hasta un valor máximo cercano al 25% (para las variables utilizadas).
- La expresión del costo del capital accionario queda definida por la ecuación $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$, mientras que el costo de la deuda es $R_B(\emptyset) = \alpha \times e^{\beta \times \emptyset}$. Además, la estructura óptima de capital queda definida por la ecuación (30).
- Debido a que esta expresión de R_B limita el rango del apalancamiento óptimo, no podría ser utilizada para aplicaciones reales, donde existen valores de apalancamiento muy amplios.
- Se verificó que la solución propuesta sigue siendo válida al demostrar que $R_S(\emptyset = 0.085) > R_B(\emptyset = 0.085)$.

4. Conclusiones del capítulo

De lo analizado en este capítulo, se puede concluir que el caso 3 se acerca mucho más al cumplimiento del objetivo principal del trabajo, además de permitir su aplicación al mundo real, ya que:

- La expresión de R_B definida permite obtener un valor positivo del costo de la deuda cuando el apalancamiento es cero (R_V).

- Existe, y puede determinarse, la estructura óptima de capital mediante el análisis gráfico o analítico de la ecuación (25).
- Los márgenes de apalancamiento no están limitados, lo cual permite su aplicación en casos prácticos donde los niveles del ratio B/S son muy variados y amplios dependiendo de cada industria o empresa.

2

Revisión del modelo de Pablo Fernández

En el capítulo anterior se determinó que el caso 3 presentaba los modelos más adecuados para el cálculo de R_S y R_B , los que a su vez permiten la existencia de una estructura óptima de capital.

Adicionalmente, la forma de R_B hace posible calcular un valor del costo de la deuda cuando el apalancamiento es cero, y no limita el apalancamiento óptimo a un rango determinado (como se observó en el caso 4). Estas características facilitan la aplicabilidad del modelo.

Según lo mencionado, conviene ahora comparar el modelo obtenido en el caso 3 con alguna referencia externa, con el fin de evaluar las implicancias. En ese sentido, se tomará el estudio hecho por Pablo Fernández titulado *Optimal capital structure: Problems with the Harvard and Damodaran approaches*, que analiza una nota técnica de la Harvard Business School referida a la estructura óptima de capital, titulada «Note on the theory of optimal capital structure», que aparece en el libro *Case problems in Finance*, de Fruham y otros (1992).

1. Revisión del estudio de Pablo Fernández

A continuación se presentan resumidas quince observaciones que para la presente investigación se han hecho a la nota técnica de la Harvard Business School analizada en el estudio de Pablo Fernández. Son las siguientes:

1. Cumplimiento de los principios de mercados eficientes.
2. Flujos perpetuos (no se consideran finitos).
3. Valor contable de la deuda = valor de mercado de la deuda.
4. Valor contable de $B + S$ constante.
5. El nivel de apalancamiento indicado se logra pasando desde un nivel inicial de deuda igual a cero, y no escalonadamente.
6. La emisión de deuda sirve solamente para recomprar acciones.
7. No hay crecimiento de la empresa.
8. No hay reinversión de utilidades. Todo se paga en dividendos.
9. La amortización anual es igual a las inversiones.
10. Existe circularidad entre el R_B y el valor de mercado de la deuda.
11. Uso de R_B como tasa de descuento para el escudo fiscal.
12. El máximo valor de la empresa se logra con el mínimo valor del costo promedio ponderado de capital R_{WACC} . La estructura óptima de capital es aquella que minimiza el R_{WACC} .
13. El R_{WACC} mínimo maximiza el precio de las acciones cuando la rentabilidad exigida a la deuda es igual al costo de la deuda.
14. Los valores de R_B y R_S son arbitrarios, no siguen ninguna expresión matemática o relación conocida, tampoco se explica en el documento cómo se obtuvieron.
15. La tasa de impuesto es del 50%.

De las observaciones mencionadas, se debe hacer hincapié en la (12) y la (13), ya que el presente trabajo se desarrolla manteniendo esas condiciones. En el caso de la número (12), porque concuerda exactamente con la definición de estructura óptima que se ha planteado desde un inicio. Y en el caso de la número (13), porque si no se mantiene esta condición, el estudio se vuelve más extenso y superaría el alcance del presente trabajo.

En general, se puede estar de acuerdo con todas estas observaciones, a excepción de las dos últimas, que como ya se señaló, no se sabe cómo se obtuvieron. Por ejemplo, ¿los valores del costo del capital accionario (R_S)

se obtuvieron del modelo del CAPM o de M&M?; ¿cómo se generaron los valores del costo de la deuda (R_B) y qué relación siguen?; la tasa de impuestos es del 50%, pero si se modifica a otro valor ¿se mantiene la existencia de un R_{WACC} mínimo?

Son precisamente estas dudas las que se pretenden abordar en la presente investigación. Lo que se busca es encontrar relaciones matemáticas que describan la evolución y el comportamiento de R_B y R_S y que, a su vez, permitan calcular el valor mínimo de R_{WACC} .

2. Comparación de resultados

Se utiliza el cuadro 2.1, el cual muestra el caso elaborado por Fernández, y se procede a sustituir los valores de R_B y R_S (manteniendo el resto de condiciones iguales) por las expresiones matemáticas desarrolladas en el caso 3 y utilizando una tasa de impuesto del 30%. Finalmente se compararán los resultados con los obtenidos de forma analítica en el caso 3.

A continuación, se presentan nuevamente las ecuaciones obtenidas en el caso 3 (cuadro 2.2):

Cuadro 2.2. R_S cuando $R_B = \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta$

| Costo del capital accionario | Costo de la deuda |
|--|---|
| $R_S(\emptyset) = R_0 + \emptyset \times (R_0 - R_V) \times (1 - T_x)$ | $R_B(\emptyset) = \alpha \times (1 + \emptyset)^\delta$ |

Como se recuerda, previamente se realizó un ejemplo de cálculo para comprobar si con estas ecuaciones se podría obtener un punto de estructura óptima de capital. Lo que continúa ahora es verificar si al reemplazar las fórmulas del cuadro 2.2 en el cuadro 2.1 aún se puede obtener una estructura óptima de capital. Para esto, se tomarán los mismos datos y consideraciones mencionados en la sección anterior, a excepción de los puntos (14) y (15).

Respecto al punto 14, se reemplazan los datos de las líneas 9 y 10 (R_B y R_S) del cuadro 2.1, ya que son números que no siguen ninguna relación matemática o expresión financiera conocida y, por ende, no se puede jus-

Cuadro 2.1. Estructura óptima del documento de Pablo Fernández

| 1 Endeudamiento (valor contable) | 0% | 10% | 20% | 30% | 40% | 50% |
|---|---------|---------|----------|---------|----------|----------|
| 2 BAIT | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 |
| 3 Intereses | 0 | 4,125 | 8,750 | 14,625 | 22,000 | 31,250 |
| 4 Beneficio antes de impuestos (BAT) | 120,000 | 115,875 | 111,250 | 105,375 | 98,000 | 88,750 |
| 5 Impuestos (50%) | 60,000 | 57,938 | 55,625 | 52,688 | 49,000 | 44,375 |
| 6 Beneficio después de impuestos (BFO) | 60,000 | 57,938 | 55,625 | 52,688 | 49,000 | 44,375 |
| 7 Dividendos = Cfac | 60,000 | 57,938 | 55,625 | 52,688 | 49,000 | 44,375 |
| 8 Intereses + dividendos | 60,000 | 62,063 | 64,375 | 67,313 | 71,000 | 75,625 |
| 9 Coste de la deuda: Kd | 8.00% | 8.25% | 8.75% | 9.75% | 11.00% | 12.50% |
| 10 Coste de los recursos propios: Ke | 12.00% | 12.50% | 13.00% | 13.50% | 14.50% | 16.00% |
| 11 Valor de mercado de la deuda D. (3)/(9) | 0 | 50,000 | 100,000 | 150,000 | 200,000 | 250,000 |
| 12 Valor de acciones E (7)/(10) | 500,000 | 463,500 | 427,885 | 390,278 | 337,931 | 277,344 |
| 13 Valor de mercado de la empresa (11)+(12) | 500,000 | 513,500 | 527,885 | 540,278 | 537,931 | 527,344 |
| 14 Valor contable de la deuda | 0 | 50,000 | 100,000 | 150,000 | 200,000 | 250,000 |
| 15 Valor contable de las acciones | 500,000 | 450,000 | 400,000 | 350,000 | 300,000 | 250,000 |
| 16 Valor contable de la empresa | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 |
| 17 ROA = BAIT(1-T)/(16) | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% |
| 18 ROE = (6)/(15) | 12.00% | 12.88% | 13.91% | 15.05% | 16.33% | 17.75% |
| 19 Número de acciones en circulación, NA | 5,000 | 4,513 | 4,053 | 3,612 | 3,141 | 2,630 |
| 20 Cotización de la acción, P(12)/(19) | 100 | 102.7 | 105.5769 | 108.06 | 107.5862 | 105.4688 |
| 21 Beneficio por acción, BPA (6)/(19) | 12 | 12.8375 | 13.725 | 14.5875 | 15.6 | 16.875 |
| 22 PER | 8.33 | 8 | 7.69 | 7.41 | 6.90 | 6.25 |
| 23 Endeudamiento contable (14)/(16) | 0% | 10% | 20% | 30% | 40% | 50% |
| 24 Endeudamiento (mercado) (11)/(13) | 0.00% | 9.74% | 18.94% | 27.76% | 37.18% | 47.41% |
| 25 Coste promedio del capital (WACC) | 12.00% | 11.68% | 11.37% | 11.11% | 11.15% | 11.38% |
| 26 <i>Cash flow</i> disponible FCF = BAIT (1-T) | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 |
| 27 Valor de mercado de la empresa (26)/(25) | 500,000 | 513,500 | 527,885 | 540,278 | 537,931 | 527,344 |

Fuente: Fernández, 2002.

tificar el por qué se pusieron estos y no otros. En su lugar se usarán las expresiones mostradas en el cuadro 2.2, ya que ambas expresiones se encuentran en función del apalancamiento, el cual depende del valor de mercado del patrimonio y la deuda B y S , y estos últimos a su vez dependen de R_B y R_S respectivamente, generándose de esta forma una circularidad.

Por otro lado, para el punto 15 la tasa impositiva que se considera en el cuadro 2.1 es del 50%. Debido a que se quiere hacer una aplicación cercana a la realidad peruana, se usará una tasa de impuestos del 30%. Esto no quiere decir que no puedan existir tasas impositivas del 50% en otros países. El análisis que se haría para ese caso sería el mismo.

Adicionalmente, en la línea 10 del cuadro 2.1 se puede observar que el costo del capital accionario R_0 es del 12% cuando la empresa no tiene deuda (apalancamiento cero). Esto equivale a decir que la tasa de rendimiento de los activos o de la empresa desapalancada es $R_0 = 12\%$, que es la misma tasa utilizada para los ejemplos anteriores.

Por último, en la línea 9 del mismo cuadro 2.1 se observa que el costo de la deuda (R_B) para la empresa desapalancada es del 8%, es decir $R_V = 8\%$. Por lo que, de lo mencionado en los párrafos anteriores, se concluye que las variables son las mismas que las que se han venido utilizando para los cálculos a lo largo de este texto. Es decir:

$$R_0 = 12\% \quad R_V = 8\% \quad T_X = 30\% \quad \alpha = 0.08$$

El cuadro 2.3 muestra los cálculos realizados y se presenta en forma similar al cuadro 2.1 para facilitar las comparaciones.

Cuadro 2.3. Cálculos de la estructura óptima de capital utilizando los datos de la tabla 27.1* del documento de Pablo Fernández

| | |
|-----------------------|---------|
| Inversión total | 500,000 |
| EBIT = BAIT | 120,000 |
| Tc | 30% |
| Rv | 8% |
| Condiciones perpetuas | |

* Esta tabla es la misma que el cuadro 2.1 que se muestra en el presente capítulo. La numeración 27.1 hace referencia al documento original de donde fue tomada.

| Endeudamiento | 0.0% | 8.0% | 10.0% | 11.7% | 14.0% | 16.0% | 18.0% | 20.0% |
|--|---------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Deuda | - | 40,000 | 50,000 | 58,650 | 70,000 | 80,000 | 90,000 | 100,000 |
| Capital propio | 500,000 | 460,000 | 450,000 | 441,350 | 430,000 | 420,000 | 410,000 | 400,000 |
| Costo de la deuda = $K_d = R_b$ | 8.00% | 9.52% | 9.96% | 10.36% | 10.93% | 11.46% | 12.05% | 12.68% |
| Costo de capital propio = $K_e = R_s$ | 12.00% | 12.17% | 12.21% | 12.25% | 12.31% | 12.36% | 12.41% | 12.46% |
| R_0 | 12% | | | | | | | |
| Apalancamiento | 0.00% | 5.98% | 7.58% | 9.01% | 10.95% | 12.74% | 14.62% | 16.59% |
| 1 Endeudamiento | 0% | 40% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 100% |
| 2 EBIT | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 |
| 3 Intereses | - | -3,810 | -4,981 | -6,078 | -7,649 | -9,171 | -10,841 | -12,679 |
| 4 EBT | 120,000 | 116,190 | 115,019 | 113,922 | 112,351 | 110,829 | 109,159 | 107,321 |
| 5 Impuesto a la renta | -36,000 | -34,857 | -34,506 | -34,177 | -33,705 | -33,249 | -32,748 | -32,196 |
| 6 Utilidad neta | 84,000 | 81,333 | 80,513 | 79,745 | 78,646 | 77,580 | 76,411 | 75,124 |
| 7 Dividendos = utilidad neta | 84,000 | 81,333 | 80,513 | 79,745 | 78,646 | 77,580 | 76,411 | 75,124 |
| 8 Intereses + dividendos | 84,000 | 85,143 | 85,494 | 85,823 | 86,295 | 86,751 | 87,252 | 87,804 |
| 9 Costo de la deuda = $K_d = R_b$ | 8.00% | 9.52% | 9.96% | 10.36% | 10.93% | 11.46% | 12.05% | 12.68% |
| 10 Costo del capital propio = $K_e = R_s$ | 12.00% | 12.17% | 12.21% | 12.25% | 12.31% | 12.36% | 12.41% | 12.46% |
| Endeudamiento | 0% | 40% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 100% |
| 11 Valor de mercado de la deuda (B) | - | 40,000 | 50,000 | 58,650 | 70,000 | 80,000 | 90,000 | 100,000 |
| 12 Valor de mercado del capital propio (S) | 700,000 | 668,444 | 659,278 | 650,859 | 639,046 | 627,833 | 615,761 | 602,704 |
| 13 Valor de mercado de la empresa (B+S) | 700,000 | 708,444 | 709,278 | 709,509 | 709,046 | 707,833 | 705,761 | 702,704 |
| 14 Valor contable de la deuda | - | 40,000 | 50,000 | 58,650 | 70,000 | 80,000 | 90,000 | 100,000 |
| 15 Valor contable del capital propio | 500,000 | 460,000 | 450,000 | 441,350 | 430,000 | 420,000 | 410,000 | 400,000 |
| 16 Valor contable de la empresa | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 |
| Endeudamiento | 0% | 40% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 100% |
| 17 ROA = $EBIT(1-T_c) / \text{Valor contable empresa}$ | 16.80% | 16.80% | 16.80% | 16.80% | 16.80% | 16.80% | 16.80% | 16.80% |
| 18 ROE = $\text{Utilidad neta} / \text{patrimonio}$ | 16.80% | 17.68% | 17.89% | 18.07% | 18.29% | 18.47% | 18.64% | 18.78% |
| 19 Número de acciones | 5,000 | 4,718 | 4,648 | 4,587 | 4,506 | 4,435 | 4,362 | 4,288 |
| 20 Precio de la acción | 140.00 | 141.6889 | 141.8557 | 141.90 | 141.8093 | 141.5666 | 141.1522 | 140.5408 |
| 21 Utilidad por acción = UPA | 16.800 | 17.240 | 17.324 | 17.386 | 17.452 | 17.493 | 17.516 | 17.518 |
| 22 PER | 8.33 | 8.22 | 8.19 | 8.16 | 8.13 | 8.09 | 8.06 | 8.02 |
| 23 Ratio de endeudamiento contable | 0.0% | 8.0% | 10.0% | 11.7% | 14.0% | 16.0% | 18.0% | 20.0% |
| 24 Ratio de endeudamiento de mercado | 0.00% | 5.65% | 7.05% | 8.27% | 9.87% | 11.30% | 12.75% | 14.23% |
| Endeudamiento | 0% | 40% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 100% |
| 25 $\%B=\%D$ | 0.0% | 5.6% | 7.0% | 8.3% | 9.9% | 11.3% | 12.8% | 14.2% |
| 26 $\%E=\%S$ | 100.0% | 94.4% | 93.0% | 91.7% | 90.1% | 88.7% | 87.2% | 85.8% |
| 27 WACC = CPPC | 12.00% | 11.857% | 11.843% | 11.839% | 11.847% | 11.867% | 11.902% | 11.954% |
| 28 FC para acreedores y accionistas | 84,000 | 84,000 | 84,000 | 84,000 | 84,000 | 84,000 | 84,000 | 84,000 |
| 29 Valor de mercado de la empresa | 700,000 | 708,444 | 709,278 | 709,509 | 709,046 | 707,833 | 705,761 | 702,704 |

Elaboración propia.

La figura 2.1 muestra el R_{WACC} calculado en el cuadro 2.3. Como se puede apreciar, el valor de apalancamiento óptimo y el R_{WACC} mínimo son los mismos que los obtenidos analíticamente en el caso 3. Es decir:

$$\emptyset^* = 0.09 \text{ y } R_{WACC} = 11.84\% \text{ (modelo Pablo Fernández)}$$

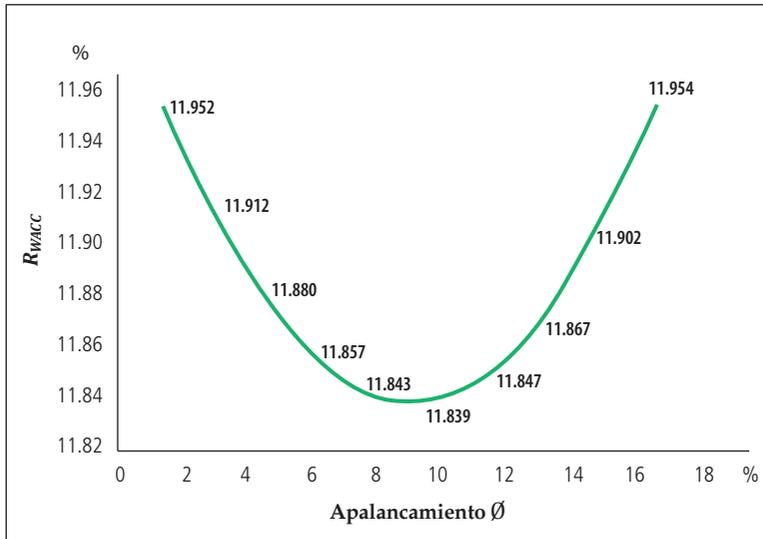


Figura 2.1. Resultado del modelo de Pablo Fernández

Elaboración propia.

De lo avanzado hasta el momento, se puede concluir lo siguiente:

- Los valores de apalancamiento y R_{WACC} calculados en el cuadro 2.3 y los obtenidos en el caso 3 son los mismos. El cuadro 2.3 sigue el procedimiento de cálculo de Pablo Fernández, pero con las tasas R_S y R_B definidas en el cuadro 2.2, mientras que el caso 3 fue un desarrollo netamente analítico. La principal ventaja es que el comportamiento de ambas tasas queda definido por expresiones matemáticas que, a su vez, pueden utilizarse para cualquier tasa de impuestos.
- La obtención de resultados iguales permite demostrar que serán los mismos tanto si se hacen los cálculos de forma iterativa en una hoja Excel (tabla 2.3) como si se hacen de forma analítica considerando el apalancamiento como una variable \emptyset (caso 3). Esto facilita tremendamente los cálculos, ya que reduce la obtención de la estructura

óptima de capital a la definición de las tasas involucradas ($R_0, R_V = \alpha, T_x$) y principalmente a la definición del exponente de $R_B(\delta)$. Inclusive, el modelo analítico contiene y resuelve en sí mismo las circularidades mencionadas anteriormente.

- La condición donde $R_S > R_B$ se logra hasta un endeudamiento del 18%, y con un apalancamiento del 14.62%. Con niveles mayores de apalancamiento ya no se cumple la condición donde $R_S > R_B$.
- El hecho de utilizar una tasa de impuestos del 30% (Fernández utilizó 50%), así como el valor arbitrario asignado a delta ($\delta = 3$) podría generar alguna duda, por lo que ahora se reproducirá el caso utilizando una tasa de impuesto del 50% (como originalmente estaba definida en el cuadro 2.1) y se usará un delta (δ) que asegure que la función $R_B(\delta) = \alpha \times (1 + \delta)^\delta$ se aproxime a los datos de la línea 9 de la tabla 2.1. Utilizando la herramienta Solver se encuentra el delta que minimiza el error cuadrático de ambas funciones y que las hace parecidas. El cuadro 2.4 muestra los cálculos realizados.

Cuadro 2.4. Cálculos de la estructura óptima de capital utilizando los datos de la tabla 27.1 del documento de Pablo Fernández y un delta (δ) que asemeja los R_B de Fernández y el caso 3

| | |
|-----------------------|---------|
| Inversión total | 500,000 |
| EBIT = BAIT | 120,000 |
| T_x | 50% |
| R_v | 8% |
| α | 0.08 |
| δ | 0.95749 |
| Condiciones perpetuas | |

| Endeudamiento | 0.0% | 10.0% | 20.0% | 30.0% | 40.0% | 50.0% | 60.0% |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Deuda | - | 50,000 | 100,000 | 150,000 | 200,000 | 250,000 | 300,000 |
| Capital propio | 500,000 | 450,000 | 400,000 | 350,000 | 300,000 | 250,000 | 200,000 |
| Costo de la deuda = $K_d = R_b$ | 8.00% | 8.81% | 9.72% | 10.80% | 12.15% | 14.06% | 18.01% |
| Costo del capital propio = $K_e = R_s$ | 12.00% | 12.21% | 12.45% | 12.74% | 13.09% | 13.60% | 14.67% |
| R_0 | 12% | | | | | | |
| Apalancamiento | 0.00% | 10.56% | 22.58% | 36.81% | 54.73% | 80.15% | 133.44% |
| 1 Endeudamiento | 0.0% | 10.0% | 20.0% | 30.0% | 40.0% | 50.0% | 60.0% |
| 2 EBIT | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 | 120,000 |
| 3 Intereses | - | -4,404 | -9,722 | -16,200 | -24,302 | -35,139 | -54,041 |
| 4 EBT | 120,000 | 115,596 | 110,278 | 103,800 | 95,698 | 84,861 | 65,959 |
| 5 Impuesto a la renta | -60,000 | -57,798 | -55,139 | -51,900 | -47,849 | -42,430 | -32,979 |
| 6 Utilidad neta | 60,000 | 57,798 | 55,139 | 51,900 | 47,849 | 42,430 | 32,979 |
| 7 Dividendos = Utilidad neta | 60,000 | 57,798 | 55,139 | 51,900 | 47,849 | 42,430 | 32,979 |
| 8 Intereses + dividendos | 60,000 | 62,202 | 64,861 | 68,100 | 72,151 | 77,570 | 87,021 |
| 9 Costo de la deuda = $K_d = R_b$ | 8.00% | 8.81% | 9.72% | 10.80% | 12.15% | 14.06% | 18.01% |
| 10 Costo del capital propio = $K_e = R_s$ | 12.00% | 12.21% | 12.45% | 12.74% | 13.09% | 13.60% | 14.67% |
| Endeudamiento | 0.0% | 10.0% | 20.0% | 30.0% | 40.0% | 50.0% | 60.0% |
| 11 Valor de mercado de la deuda (B) | - | 50,000 | 100,000 | 150,000 | 200,000 | 250,000 | 300,000 |
| 12 Valor de mercado del capital propio (S) | 500,000 | 473,318 | 442,825 | 407,501 | 365,408 | 311,919 | 224,827 |
| 13 Valor de mercado de la empresa ($B+S$) | 500,000 | 523,318 | 542,825 | 557,501 | 565,408 | 561,919 | 524,827 |
| 14 Valor contable de la deuda | - | 50,000 | 58,650 | 70,000 | 80,000 | 90,000 | 100,000 |
| 15 Valor contable del capital propio | 500,000 | 450,000 | 400,000 | 350,000 | 300,000 | 250,000 | 200,000 |
| 16 Valor contable de la empresa | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 | 500,000 |

→ Cuadro 2.4. (Cont.)

| | Endeudamiento | 0.0% | 10.0% | 20.0% | 30.0% | 40.0% | 50.0% | 60.0% |
|----|---|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 17 | ROA = EBIT(1-Tc) / valor contable empresa | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% | 12.00% |
| 18 | ROE = Utilidad neta / patrimonio | 12.00% | 12.84% | 13.78% | 14.83% | 15.95% | 16.97% | 16.49% |
| 19 | Número de acciones | 5,000 | 4,522 | 4,079 | 3,655 | 3,231 | 2,775 | 2,142 |
| 20 | Precio de la acción | 100.00 | 104.66 | 108.56 | 111.50 | 113.08 | 112.38 | 104.97 |
| 21 | Utilidad por acción = UPA | 12.000 | 12.781 | 13.518 | 14.201 | 14.808 | 15.288 | 15.397 |
| 22 | PER | 8.33 | 8.19 | 8.03 | 7.85 | 7.64 | 7.35 | 6.82 |
| 23 | Ratio de endeudamiento contable | 0.0% | 10.0% | 20.0% | 30.0% | 40.0% | 50.0% | 60.0% |
| 24 | Ratio de endeudamiento de mercado | 0.00% | 9.55% | 18.42% | 26.91% | 35.37% | 44.49% | 57.16% |
| | Endeudamiento | 0.0% | 10.0% | 20.0% | 30.0% | 40.0% | 50.0% | 60.0% |
| 25 | %B=%D | 0.00% | 9.55% | 18.42% | 26.91% | 35.37% | 44.49% | 57.16% |
| 26 | %E=%S | 100.0% | 90.4% | 81.6% | 73.1% | 64.6% | 55.5% | 42.8% |
| 27 | WACC = CPPC | 12.00% | 11.47% | 11.05% | 10.76% | 10.61% | 10.68% | 11.43% |
| 28 | FC para acreedores y accionistas | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 | 60,000 |
| 29 | Valor de mercado de la empresa | 500,000 | 523,318 | 542,825 | 557,501 | 565,408 | 561,919 | 524,827 |

Elaboración propia.

De lo avanzado hasta el momento, se puede concluir lo siguiente:

- Con el cuadro 2.4 se obtiene un punto óptimo de apalancamiento que genera un R_{WACC} mínimo y, por ende, el mayor valor de la empresa. Las tasas de R_S y R_B quedan definidas por expresiones matemáticas que explican su comportamiento, además se igualó la tasa de impuestos ($T_X = 50\%$) y se empleó un delta (δ) que asegura que el R_B es muy parecido al usado por Fernández.
- El límite donde $R_S > R_B$ se obtiene con un endeudamiento del 40% y con un apalancamiento del 54.73%. Con niveles mayores de apalancamiento ya no se cumple la premisa de $R_S > R_B$.
- En la fórmula del costo de la deuda mostrada en el cuadro 2.2 se identificó que $\alpha = R_V = 0.08$; sin embargo, lo que no quedaba claro es cuánto debe ser el valor de delta (δ). Este se calculó usando los datos de Fernández.

Otro punto importante es evaluar la sensibilidad del R_{WACC} cuando el delta (δ) toma diferentes valores:

$$R_0 = 12\% \quad R_V = 8\% \quad T_X = 50\% \quad \alpha = 0.08$$

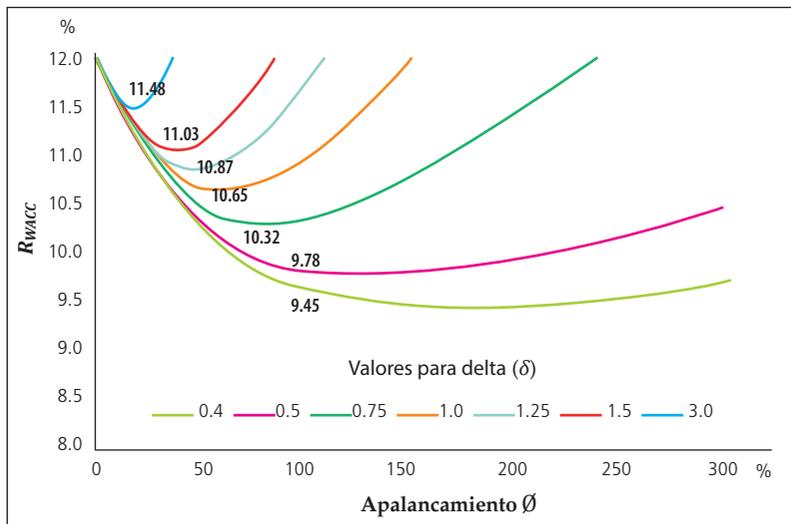


Figura 2.2. Sensibilización del R_{WACC} respecto al delta (δ) y al nivel de apalancamiento (\emptyset)

Elaboración propia.

Como se puede apreciar en la figura 2.2, a mayor valor para delta (δ), mayor valor para el punto mínimo del R_{WACC} . Por tanto, se puede determinar que el R_{WACC} es muy sensible a la variación del delta (δ), el cual puede expresar y representar características propias de cada mercado, sector económico o industria con el fin de no distorsionar los resultados que se pueden obtener al usar la expresión matemática del costo de la deuda:

$$R_B(\delta) = \alpha \times (1 + \delta)^\delta$$

Lo mencionado en el párrafo anterior se ve representado más claramente en la figura 2.3, donde se puede ver que a mayor valor para delta (δ), mayor valor para el R_{WACC} mínimo, generándose una curva asintótica que tiende al 12% (R_0).

$$R_0 = 12\% \quad R_V = 8\% \quad T_X = 50\% \quad \alpha = 0.08$$

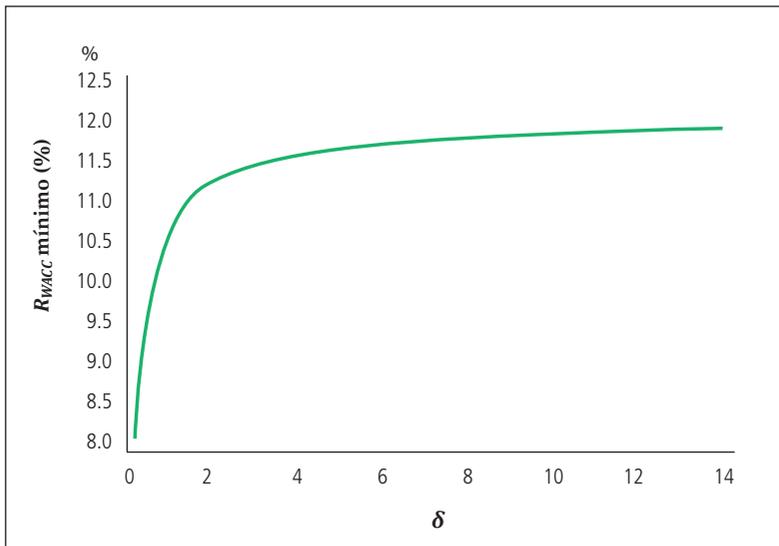


Figura 2.3. Sensibilización del R_{WACC} mínimo respecto al delta (δ)

Elaboración propia.

3. Ventajas y desventajas del modelo

Son ventajas del modelo las siguientes:

- Permite demostrar analíticamente que existe una estructura óptima de capital con la cual se puede maximizar el valor de una empresa. Las tasas R_S y R_B quedan definidas por expresiones matemáticas que explican su comportamiento.
- La determinación de la estructura óptima de capital se puede lograr sin asumir valores. Todas las variables utilizadas pueden ser obtenidas mediante modelos o formas de cálculo ya existentes. El modelo toma en consideración que la tasa del impuesto, el rendimiento de la empresa desapalancada, el costo de la deuda en apalancamiento cero, etc., puedan ser variables.
- Permite definir una expresión en la cual el costo de la deuda está en función del nivel de apalancamiento, y tiene un valor positivo cuando este es cero.
- Relaciona de forma directa la estructura óptima de capital con el exponente del costo de la deuda (δ), facilitando y eliminando cálculos e iteraciones que deben realizarse en una hoja Excel.
- Se aprecia la influencia de los costos de quiebra en el costo promedio ponderado de capital con el incremento del nivel de apalancamiento, los cuales son determinantes en la realidad económica, ya que influyen en las decisiones y los costos de financiamiento.

Las desventajas del modelo son las siguientes:

- El estudio está basado en las primeras 13 consideraciones mencionadas al inicio del capítulo, las cuales pueden ser limitantes, pero se puede investigar su efecto considerando las mismas ecuaciones ya definidas en el cuadro 2.2.
- Si bien se ha podido mostrar que las ecuaciones del cuadro 2.2 permiten obtener un rango amplio para el apalancamiento óptimo, en la figura 1.5 se puede observar que su relación es asintótica en los extremos. De hecho, para valores del exponente $\delta < 1$, mínimas

variaciones en este ocasionan altas variaciones en el valor de la estructura óptima. Mientras que para valores de $\delta > 1$, altas variaciones de este valor ocasionan mínimas variaciones en la estructura óptima de capital. No obstante, si varían las tasas R_0 , R_V , T_X , esta curva podría moverse significativamente.

- La expresión del costo de la deuda tiene dos variables principales: α y δ . Si bien se ha logrado definir que $\alpha = R_V$, no se ha podido definir de forma directa el valor de δ , o algún método para calcularlo. Sin embargo, se ha logrado determinar la relación directa que existe entre esta variable y el apalancamiento óptimo, así como determinar un valor de δ que se asemeje a los resultados usados por Fernández para efectos del caso comparativo.
- El desarrollo del presente trabajo ha planteado el cumplimiento de cinco condiciones. Las tres primeras mencionadas en el primer capítulo (i, ii, iii) podrían no necesariamente cumplirse en la realidad; sin embargo, su efecto no ha sido analizado. Por otro lado, las condiciones (iv) y (v) dependen de las mismas variables que las tres primeras. No obstante, a menos que R_0 o R_V sean negativos, las condiciones (iv) y (v) deberían cumplirse siempre sin importar si las tres primeras varían (dentro del rango de valores positivos).

Conclusiones

Se ha logrado el objetivo principal de la investigación, ya que se encontraron expresiones matemáticas tanto para el costo del capital (R_S) como para el costo de la deuda (R_B) que permiten verificar la existencia de la estructura óptima del capital.

Se ha logrado determinar las expresiones matemáticas de R_S y, sobre todo, de R_B que permiten que exista un costo promedio ponderado de capital R_{WACC} mínimo y, de esta forma, que también exista una estructura óptima de capital. Estas expresiones se encuentran definidas en el cuadro 2.2.

El costo de la deuda propuesto en el caso 3 del capítulo 1 (formulación seleccionada) se incrementa con el aumento del nivel de apalancamiento, y se obtiene un valor positivo fijo cuando el nivel de apalancamiento es cero. Al lograr un punto de inflexión en el R_{WACC} conforme aumenta el nivel de apalancamiento y habiendo asumido que este es ocasionado por el aumento de los costos de quiebra que se ven reflejados en el costo de la deuda (R_B), el presente trabajo contribuye a reforzar de forma más analítica y matemática la teoría del *trade-off* (TOT).

La elección de las ecuaciones del caso 3 (formulación seleccionada para el costo del capital y la deuda) se debe básicamente a que estas expresiones no limitan el valor del apalancamiento óptimo a un rango determinado. Esta característica de no limitar el apalancamiento facilita la aplicabilidad del modelo al mundo real.

Se propone que las variables de R_V y δ podrían ser obtenidas mediante gráficas generadas con los valores del costo de la deuda (R_B en el eje y) para diversos niveles de apalancamiento (\emptyset en el eje x). Una vez generadas y con ayuda de líneas de tendencia y modelos de regresión se pueden obtener los valores de R_V y δ . La data necesaria se puede encontrar disponible en internet, por lo que resultaría posible armar dicha figura. Lo mismo se puede hacer para diversas industrias, mercados, países, etcétera.

El presente libro se enfoca en asumir perpetuidades para cada nivel de apalancamiento. Sin embargo, no siempre se puede asumir esta condición en valorizaciones reales, básicamente porque los flujos pueden ser finitos, no constantes o porque el nivel de apalancamiento varía en el tiempo por diversas razones. En este sentido, se sugiere complementar el presente estudio con uno presentado anteriormente que trata estos problemas en el cálculo del R_{WACC} : *Soluciones al problema del proceso iterativo (circularidad) para determinar el WACC cuando los flujos son finitos y variables*, de Ernesto Guevara Rospigliosi (2016).

Las tasas definidas de R_S y R_B son rendimientos, ya que se utilizan para calcular valores de mercado. Para el caso de R_S , es una estimación que se logra a través de la expresión original de Modigliani y Miller en un mundo con impuestos combinada con el CAPM. Por otro lado, R_B representa el rendimiento de la deuda, que se ha asumido igual al costo de la deuda tal y como se explicó en el punto 13 al inicio del capítulo 2. Sin embargo, el rendimiento de la deuda puede ser diferente a su costo. Esta condición depende de si se analiza el valor de la empresa desde adentro (gerentes, dueños, etc.) o desde afuera (inversores externos, bonistas, mercado de valores, etc.).

La elección final del caso 3 no implica que aquellas expresiones mostradas en el caso 4 no puedan ser utilizadas. De hecho, el lector está en libertad de usar los modelos de ecuaciones presentados en el caso 4 si lo prefiere. La elección de las ecuaciones del caso 3 se debe básicamente a que estas expresiones no limitan el valor del apalancamiento óptimo a un rango determinado.

Por otro lado, en el caso que se deseara usar las ecuaciones del caso 4, obtener el apalancamiento óptimo sería un proceso sencillo, ya que la

ecuación exponencial de R_B podría ser aproximada también en una hoja de Excel usando una línea de tendencia exponencial. Sin embargo, se debe considerar que la función exponencial aumenta con mayor velocidad que una polinómica; esto quiere decir que conforme aumenta el nivel de apalancamiento, el valor de R_B aumenta más rápidamente para la expresión del caso 4 que para la del caso 3 cuando $\beta = \delta$, lo cual puede tener implicancias a la hora de determinar las tasas de crédito de los bancos u otros acreedores.

Bibliografía

- Amat, O. & Puig, X. (2012). Marco general de las finanzas corporativas. *Revista de Contabilidad y Dirección*, 15, 11-39.
- Baker M. & Wurgler J. (2002). Market timing and capital structure. *The Journal of Finance*, 57(1), 1-32.
- Bradley M., Jarrel, G. & Kim, H. (1983). On the existence of an optimal capital structure: Theory and evidence. *The Journal of Finance*, 39(3), 857-878.
- Brealey, R., Myers, S. & Allen, F. (2010). *Principios de finanzas corporativas* (9.ª ed.). México D.F.: Mc Graw Hill.
- Cornejo Díaz, R. (2015). *Estructura de capital en mercados emergentes: velocidad de ajuste de la estructura de capital de empresas peruanas cotizadas en bolsa* (tesis de doctorado no publicada). Universidad Ramon Llull, Barcelona.
- Fernández, P. (2002). Optimal capital structure: Problems with the Harvard and Damodaran approaches (*Research Paper* n.º 454). Barcelona: IESE. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/6536364.pdf>
- Guevara Rospigliosi, E. (2016). *Soluciones al problema del proceso iterativo (circularidad) para determinar el WACC cuando los flujos son finitos y variables* (tesis de maestría no publicada). Universidad ESAN, Lima, Perú.
- Ju, N., Parrino, R., Poteshman, A. & Weisbach, M. (2005). Horses and rabbits? Trade-off theory and optimal capital structure. *Journal of financial and quantitative analysis*, 40(2), 259-281.
- Leland, H. & Bjerre, K. (1996). Optimal capital structure, endogenous bankruptcy, and the term structure of credit spreads. *The Journal of Finance*, 51(3), 987-1019.

- Shyan-Sunder, L. & Myers, S. C. (1994). Testing static trade-off against pecking order models of capital structure. (*NBER Working Paper* n.º 4722). Massachusetts: National Bureau of Economic Research. Recuperado de <https://www.nber.org/papers/w4722.pdf>
- Ross, S., Westerfield, R. & Jaffe, J. (2012). *Finanzas corporativas (9.ª ed.)*. México D.F.: Mc Graw Hill.
- Tham, J. & Vélez-Pareja, I. (2012). Una nota sobre el costo promedio de capital (*Working Paper* n.º 10). Recuperado de <https://www.coursehero.com/file/24067886/wacc-dinamicopdf/>

Sobre los autores

Luis CHÁVEZ BEDOYA MERCADO

lchavezbedoya@esan.edu.pe

Profesor investigador de la ESAN Graduate School of Business de la Universidad ESAN. Ph.D. y MS en Ingeniería Industrial y Ciencias de la Administración por la Northwestern University, Evanston, Estados Unidos. Maestría en Matemáticas con especialidad en Procesos Estocásticos, ingeniero industrial y bachiller en Ingeniería Industrial por la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Ha sido profesor asistente del Programa de Maestría en Matemática Financiera de la Johns Hopkins University, Baltimore, Estados Unidos. Sus áreas de interés en investigación son la ingeniería financiera y los métodos cuantitativos en administración.

Omar PIMINCHUMO MARIÑOS

omar.marinos@usask.ca

Maestro en Finanzas por la Universidad ESAN (ESAN Graduate School of Business), Master of Science en Ingeniería Mecánica por la University of Saskatchewan, Saskatoon, Canadá, e ingeniero mecánico por la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Se ha desempeñado en posiciones de responsabilidad en las áreas de proyectos, producción y mantenimiento en diversas industrias, como consumo masivo, manufactura, petróleo y gas. Interesado en el desarrollo de modelos financieros y simulación.

Alfonso BEDÍA SÁNCHEZ

bedia_alfonso@hotmail.com

Maestro en Finanzas por la Universidad ESAN (ESAN Graduate School of Business), institución donde también ha realizado un posgrado en Tributación, y contador público por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM). Se desempeña como contador general en una empresa local con capital extranjero, tiene experiencia en la elaboración de estados financieros, en la óptima aplicación de las normas tributarias y en el uso correcto de las NIIF.

Creada para reflexionar sobre el Perú y sus posibilidades, la serie Gerencia para el Desarrollo comprende estudios y propuestas orientados a la generación de capacidades gerenciales para que los gestores públicos y privados conciban el desarrollo como un proceso sostenido de prosperidad y definan políticas idóneas. Cubre una amplia gama temática de carácter multidimensional, desde el fortalecimiento de capacidades institucionales en la gestión pública, que permita superar la lectura de corto plazo y aprovechar las oportunidades de la descentralización, hasta proyectos en los que se privilegie la construcción de visiones compartidas entre Estado, empresa y sociedad, capaces de movilizar los capitales sociales de una sociedad democrática.