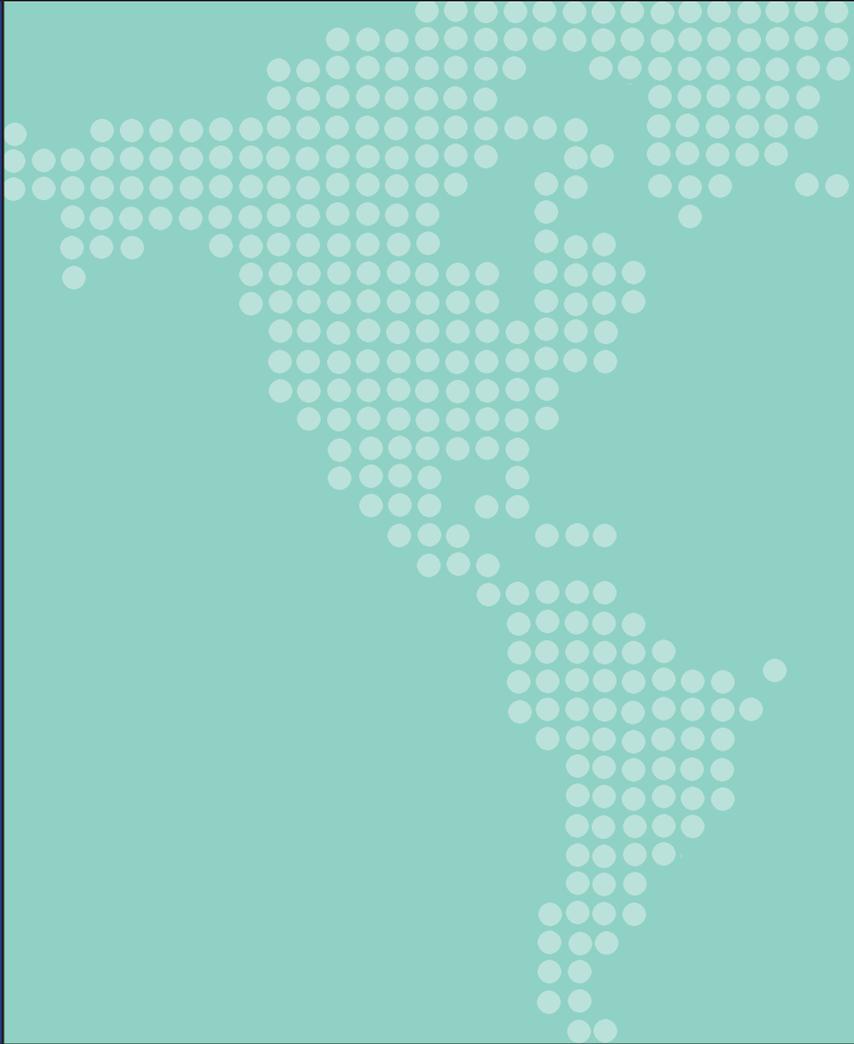




**Soluciones al problema de circularidad
para determinar el WACC en flujos finitos y variables:
su equivalencia con el APV**

Luis Chávez Bedoya
Ernesto Guevara



Soluciones al problema de circularidad para determinar el WACC en flujos finitos y variables: su equivalencia con el APV

Luis Chávez Bedoya • Ernesto Guevara



*Soluciones al problema de circularidad para determinar el WACC
en flujos finitos y variables: su equivalencia con el APV*
ISBN 978-612-4110-78-8

Serie Gerencia para el Desarrollo 65
ISSN de la serie: 2078-7979

© Luis Chávez Bedoya, Ernesto Guevara, 2017

© Universidad ESAN, 2017
Av. Alonso de Molina 1652, Surco, Lima-Perú
www.esan.edu.pe esanediciones@esan.edu.pe

Primera edición
Lima, octubre del 2017
Tiraje: 80 ejemplares

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2017-16217

DIRECCIÓN EDITORIAL
Ada Ampuero

CORRECCIÓN TÉCNICA
José Luis Lumbreras y Juan Carlos Soto

CUIDADO DE EDICIÓN
Juan Carlos Soto

CORRECCIÓN DE ESTILO
Rosa Díaz

DISEÑO DE CARÁTULA
Alexander Forsyth

DISEÑO DE INTERIORES Y DIAGRAMACIÓN
Ana María Tessey

IMPRESIÓN
Quad/Graphics Perú S.A.
Av. Los Frutales 344
Urbanización El Artesano, Ate

Diciembre del 2017
Impreso en el Perú / *Printed in Peru*
Publicado: diciembre del 2017

Índice

Introducción	11
Capítulo 1. Marco teórico sobre los métodos WACC y APV	13
1. Conceptos básicos	13
2. Ecuaciones fundamentales	14
3. Fórmula del WACC (sin circularidad)	17
3.1. Ecuación general para K_{Et}	17
3.2. Ecuación explícita para el $WACC_t$	18
3.3. Fórmulas explícitas para el WACC y valor en $t-1$	23
4. Equivalencia entre el APV y el WACC	25
5. Condición de existencia del capital accionario positivo	27
6. Fórmula cuadrática y cota superior del WACC	28
Capítulo 2. Aplicación práctica de las fórmulas propuestas para la valorización de empresas y de proyectos de inversión	31
1. Casos diversos de la equivalencia entre el APV y el WACC	31
1.1. Caso 1: valorización de una empresa cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D	31
1.2. Caso 2: valorización de la empresa del Caso 1 cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_U	34
1.3. Caso 3: valorización de un proyecto cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D	37
1.4. Caso 4: valorización del proyecto del Caso 3 cuando K_U es la tasa de descuento del escudo fiscal	39

1.5. Caso 5: valorización de un proyecto cuando K_U es la tasa de descuento del escudo fiscal y se cancela la deuda en un periodo determinado y posteriormente se asume una nueva deuda	42
1.6. Caso 6: valorización de un proyecto cuando K_D es la tasa de descuento del escudo fiscal y ya no hay deuda en los dos últimos periodos	44
2. Ventajas del método APV sobre el método WACC	46
3. Demostración de la restricción para el patrimonio positivo y la cota superior para el método WACC cuando X_t es igual a K_U	47
Conclusiones de la investigación	51
Bibliografía	53
Definición de variables	55
Sobre los autores	57

Introducción

La valoración de empresas y de proyectos de inversión es parte central de las finanzas, y el descuento de flujos de caja es el marco de referencia más difundido para lograr este propósito. Cuando se valorizan empresas bajo el esquema de descuento de flujos de caja libre (*FCL*) la literatura sobre finanzas presenta dos métodos: el costo promedio ponderado del capital (Weighted Average Cost of Capital [*WACC*]) y el valor presente ajustado (Adjusted Present Value [*APV*]), el primero fue propuesto por Modigliani y Miller (1958, 1963), mientras que el segundo fue presentado por Myers (1974).

En el método *WACC*, los textos de finanzas corporativas indican que la valorización es un proceso iterativo, ya que los flujos de caja libre se descuentan del *WACC* para determinar el valor de la empresa: deuda más capital ($D + E$); pero para calcular el *WACC* es necesario conocer el valor de la empresa. Este proceso circular, denominado como el problema de circularidad del *WACC*, se conoce en matemáticas como punto fijo y se resuelve mediante cálculos que involucran un proceso iterativo. En el caso de este estudio se busca determinar un *WACC* que satisfaga $f(WACC) = WACC$ para cierta función f , es decir, una solución explícita.

Los textos más utilizados proponen, por simplicidad en la exposición, ejemplos de valorización con el *WACC* en los que se asume, en un primer caso, una deuda constante y flujos de caja libre constantes y perpetuos o,

en un segundo caso, que la proporción entre deuda y valor de mercado es constante. Cuando tales supuestos no se cumplen usualmente recomiendan el uso del APV.

Ross, Westerfield y Jaffe (2012), en el capítulo sobre valuación y presupuesto de capital de una empresa apalancada, presentan un caso de valorización con una deuda constante y un flujo de efectivo constante y perpetuo. En tal situación, el APV y el WACC proporcionan el mismo valor. Estos autores sugieren usar el WACC si la razón de deuda a valor fijada como meta para la empresa se aplica al proyecto durante su vida útil, pero si el nivel de deuda del proyecto se conoce a lo largo de la vida del proyecto, recomiendan el uso del APV.

En la misma línea se encuentran Brealey, Myers y Allen (2010) quienes, en el capítulo sobre financiamiento y valuación, presentan la valorización del proyecto Rio Corporation. Primero, el caso se valoriza asumiendo una razón constante de deuda a valor y, luego, se valoriza el mismo flujo pero con un nivel de deuda conocido. La diferencia entre ambas valorizaciones es de 1.4 millones de dólares.

Sin embargo, Vélez-Pareja y Tham (2006) señalan que llegan al mismo resultado de la valorización, tanto con el APV como utilizando un WACC dinámico, debido a que la razón deuda/valor cambia con el tiempo. Justamente esta solución a la discrepancia mostrada en el texto de Brealey, Myers y Allen (2010), es decir, indicar que ambos métodos (el APV y el WACC) llegan al mismo resultado constituye la motivación para desarrollar el presente trabajo de investigación.

Muchas valorizaciones asumen una relación fija entre deuda y valor para poder utilizar el WACC con el descuento de flujos, pero este es un supuesto que muchas veces no se cumple en la realidad, ya que las empresas o los proyectos generan flujos de caja libre variables y no tienen un nivel de deuda constante.

El presente trabajo de investigación servirá para demostrar que ambos métodos de valorización son equivalentes, pero que el uso del APV otorga más ventajas y elementos para la valoración tanto de empresas como de

proyectos. Su objetivo principal es presentar y demostrar de manera detallada dos fórmulas que resuelvan el problema de la circularidad del WACC. La primera es la de Mejía-Peláez y Vélez-Pareja (2011) y la segunda es una ecuación cuadrática para determinar el WACC. Ambas se desarrollan en un escenario con horizonte de valuación finito, pero con flujos de caja variables y nivel de deuda variable.

Como aporte específico, a partir de las identidades planteadas por Modigliani y Miller (1958, 1963) se elabora una fórmula explícita para determinar el WACC para cada periodo de tiempo. Después, a partir de la fórmula explícita para el WACC, se demuestra la equivalencia del uso del WACC con el método de valorización APV para flujos finitos y variables. Es importante mencionar que en la aplicación del APV se ha asumido una tasa de descuento de escudos fiscales arbitraria, pues no existe consenso en la literatura sobre el valor de esta tasa.

Además, se determina como condición suficiente para la consistencia del proceso de valorización lo siguiente: el valor de mercado del capital es positivo, una fórmula cuadrática para determinar el WACC y una cota superior para dicha variable. Se postula que estos tres resultados son nuevos en la literatura.

Por último, se presentan casos prácticos que ilustran los resultados obtenidos y las ventajas de la valorización con el método APV sobre el descuento de flujos con el método WACC.

La exposición de la presente investigación se desarrolla en dos capítulos. El primero presenta la metodología y la teoría matemática aplicables para llegar a las fórmulas requeridas, para lo cual se exponen los conceptos básicos y se desarrolla las expresiones analíticas y las fórmulas correspondientes a los métodos del WACC y del APV.

En el segundo capítulo se presentan seis casos prácticos de aplicación de las fórmulas y los conceptos desarrollados en el capítulo anterior para comparar los distintos resultados posibles de flujos con WACC y con APV.

Finalmente, se presenta una breve descripción de las conclusiones de la investigación y de los casos presentados.

1

Marco teórico sobre los métodos WACC y APV

El presente capítulo desarrolla la metodología y la teoría matemática utilizadas para llegar a las fórmulas requeridas, con este propósito expone los conceptos básicos y desarrolla las expresiones analíticas y las fórmulas correspondientes a los métodos del WACC y del APV.

1. Conceptos básicos

A continuación se presentan los principales conceptos utilizados en la definición de los métodos WACC y APV, según Court (2012): flujo de caja libre, flujo de caja de la deuda, flujo de caja del accionista, creación de valor y flujo de caja descontado.

- *Flujo de caja libre (FCL)*. Es una medida del desempeño financiero de la empresa usada en tareas como la evaluación de proyectos de inversión y valorización de empresas. Es el flujo de fondos generado por las operaciones de la empresa sin considerar la deuda financiera, después de impuestos. Corresponde al efectivo disponible después de haber destinado recursos para adquirir activos fijos, reponer activos depreciados y haber cubierto las necesidades operativas de la empresa. Mide el resultado operativo de la empresa.
- *Flujo de caja de la deuda (FCD)*. Refleja los fondos netos disponibles para los acreedores. Este flujo incorpora los gastos financieros y las

variaciones del principal de la deuda. Si se fija un calendario de amortización de la deuda con tasas de interés fijas, los flujos de la deuda se conocerán siempre que la empresa esté en capacidad de honrar el servicio de la deuda asumido.

- *Flujo de caja del accionista (FCA)*. Es el efectivo disponible después de las inversiones requeridas y el pago del servicio de la deuda para retribuir a los propietarios de la empresa. Es decir, lo que resta luego de cubrir las necesidades de la deuda se usará para remunerar a los accionistas de acuerdo con la política de dividendos, ya sea por medio de la recompra de acciones o el pago de dividendos.
- *Creación de valor*. Es el aumento en el valor de las acciones de la empresa. Se crea valor cuando se llevan adelante proyectos que poseen una rentabilidad esperada mayor al costo de los recursos.
- *Flujo de caja descontado*. Es un método de valoración que utiliza las proyecciones del flujo de caja libre y los descuentos al *WACC*. Se usa para estimar el atractivo de una oportunidad de inversión.

2. Ecuaciones fundamentales

Uno de los temas más importantes en finanzas es el valor del dinero en el tiempo (t), siempre un dólar hoy vale más que un dólar en un tiempo futuro. Para poder comparar flujos generados en distintos momentos en el tiempo se les debe traer a un valor presente o llevarlos a un valor futuro determinado.

El concepto de valor presente (VP) consiste en descontar el monto generado por una inversión a una tasa de rentabilidad ofrecida r_t durante el periodo t ; mientras que el valor futuro (VF) es el monto que logrará la misma inversión en una fecha futura al utilizar una tasa de rendimiento igual a la tasa de descuento.

Estas dos magnitudes se relacionan a través de la siguiente expresión:

$$VP = \frac{VF}{1 + r_t}$$

Para efectos de esta investigación, el VF será $V_t + FCL_t$, donde V_t representa el valor en t de los flujos generados por la empresa o el proyecto en periodos posteriores a t , y FCL_t es el flujo generado por la empresa o el proyecto en el periodo t . Por otro lado, r_t será la tasa de descuento en t .

De esta forma, se puede expresar la identidad que vincula el valor presente con el valor futuro de la empresa. Tal identidad viene dada por:

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t}{1 + r_t} \quad (1)$$

La expresión (1) señala que el valor de la empresa o el proyecto en el periodo $t-1$ es igual al valor en el periodo siguiente, t , más el flujo de caja libre del periodo t descontados al factor $1+r_t$, donde r_t es la tasa de descuento del periodo t .

La identidad que relaciona el FCL y el flujo de caja del ahorro fiscal (AI) con el FCD y el FCA es:

$$FCL + AI = FCD + FCA \quad (2)$$

Esta igualdad fue definida por Modigliani y Miller (1963) y se debe cumplir siempre.

La identidad que relaciona los valores del activo de la empresa o del proyecto con los valores de las obligaciones que tiene esa empresa o ese proyecto es:

$$V = V^U + V^{AI} = E + D \quad (3)$$

La expresión (3) indica que el valor de mercado de la empresa ($E + D$) se incrementa por el valor presente de los ahorros en impuesto a la renta, o escudo fiscal (V^A). O, de manera equivalente, el valor de una empresa con deuda (V) es mayor que el de la misma empresa sin deuda (V^U).

Las identidades (2) y (3) fueron planteadas por Modigliani y Miller (1963) bajo ciertos supuestos ampliamente discutidos en la literatura. El más importante para el desarrollo de esta investigación es el supuesto de que no existen costos de apalancamiento. Como consecuencia de estos supuestos el endeudamiento incrementa el valor de la empresa.

La identidad que enlaza los rendimientos del activo con los rendimientos de las obligaciones de una empresa o de un proyecto incorpora los conceptos de tasa esperada por el accionista cuando invierte en una empresa con deuda (K_E), tasa esperada cuando invierte en una empresa sin deuda (K_U) y costo de la deuda (K_D). En este caso viene dada por:

$$V_{t-1}^U \times K_{U_t} + V_{t-1}^A \times X_t = D_{t-1} \times K_{D_t} + E_{t-1} \times K_{E_t} \quad (4)$$

La identidad (4) surge a partir de la (3). El rendimiento de la empresa con deuda en el periodo t , en el lado izquierdo de (4) donde K_{U_t} es el costo de capital sin apalancar y X_t es la tasa de descuento de los ahorros impositivos, es igual a los intereses que esperan ganar los tenedores de la deuda $D_{t-1} \times K_{D_t}$ más lo que esperan ganar los dueños del patrimonio $E_{t-1} \times K_{E_t}$ en el periodo t .

Esta identidad la plantean también De Roon y Van Der Veer (2014) para demostrar la igualdad de resultados al valorizar descontando con el WACC o utilizando el APV, pero bajo el escenario de deuda constante y flujo de caja libre perpetuo y constante, y en la situación del ratio deuda/patrimonio constante y flujo de caja libre perpetuo.

Es preciso mencionar que los resultados que se van a desarrollar se obtienen bajo siete supuestos adicionales:

- 1) K_{U_t} y K_{D_t} son mayores que cero.

- 2) $K_{Ut} > K_{Dt}$, la tasa exigida por el accionista de un negocio sin deuda es mayor que el costo de la deuda.
- 3) Las empresas son gravadas con impuestos con tipos impositivos sobre sus utilidades después de intereses.
- 4) El valor de mercado de la deuda es igual a su valor en libros o contable.
- 5) Los impuestos se pagan en el mismo periodo en que se devengan.
- 6) La utilidad antes de impuestos e intereses (UAI) es mayor que los gastos financieros y por esta razón la firma gana el total del ahorro tributario.
- 7) La única fuente de ahorro tributario o escudo fiscal es el pago de intereses.

3. Fórmula del WACC (sin circularidad)

A partir de las ecuaciones fundamentales presentadas se van a encontrar ecuaciones generales para el K_{Et} (costo de capital accionario apalancado) y el $WACC_t$.

3.1. Ecuación general para K_{Et}

A partir de (4) se obtiene la siguiente identidad:

$$E_{t-1} \times K_{Et} = V_{t-1}^U \times K_{Ut} + V_{t-1}^{AI} \times X_t - D_{t-1} \times K_{Dt} \quad (5)$$

Despejando K_{Et} de la expresión (5) se obtiene:

$$K_{Et} = \frac{V_{t-1}^U}{E_{t-1}} \times K_{Ut} + \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} \times X_t - \frac{D_{t-1}}{E_{t-1}} \times K_{Dt} \quad (6)$$

Con base en (3) se sabe que $V_{t-1}^U + V_{t-1}^{AI} = D_{t-1} + E_{t-1}$, con lo cual $V_{t-1}^U = D_{t-1} + E_{t-1} - V_{t-1}^{AI}$. Luego, reemplazando V_{t-1}^U en (6) se obtiene:

$$K_{Et} = \left(\frac{D_{t-1} + E_{t-1} - V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} \right) \times K_{Ut} + \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} \times X_t - \frac{D_{t-1}}{E_{t-1}} \times K_{Dt} \quad (7)$$

Entonces, la ecuación general para K_{Et} está dada por:

$$K_{Et} = K_{Ut} + (K_{Ut} - K_{Dt}) \times \frac{D_{t-1}}{E_{t-1}} - (K_{Ut} - X_t) \times \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} \quad (8)$$

La expresión (8) es similar a la planteada por Schauten (2011) si K_{Ut} y K_{Dt} son constantes y si la tasa de descuento del flujo proveniente del escudo fiscal, X_t , es K_D .

3.2. Ecuación explícita para el $WACC_t$

Con base en la identidad (1) se puede señalar que:

$$(1 + WACC_t) \times V_{t-1} = V_t + FCL_t \quad (9)$$

Por otro lado, incorporando la identidad (2) en la (9) se obtiene:

$$(1 + WACC_t) \times V_{t-1} = V_t + FCA_t + FCD_t - AI_t \quad (10)$$

A partir de las identidades (1) y (2) se puede establecer que:

$$FCA_t = E_{t-1} \times (1 + K_{Et}) - E_t \quad (11)$$

Y

$$FCD_t = D_{t-1} \times (1 + K_{Dt}) - D_t \quad (12)$$

Con lo cual, reemplazando en (10) se obtiene que:

$$(1 + WACC_t) \times V_{t-1} = V_t + E_{t-1} \times (1 + K_{Et}) - E_t + D_{t-1} \times (1 + K_{Dt}) - D_t - AI_t \quad (13)$$

Luego, dividiendo la identidad (13) entre V_{t-1} y ordenando los términos se obtiene la siguiente identidad para el $WACC$:

$$WACC_t = \frac{E_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Et} + \frac{D_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Dt} - \frac{AI_t}{V_{t-1}} \quad (14)$$

Si T es la tasa impositiva, entonces el flujo de caja producto del ahorro en impuesto a la renta se define como:

$$AI_t = K_{Dt} \times D_{t-1} \times T \quad (15)$$

Reemplazando la identidad (15) en la (14) se tiene la siguiente expresión para el $WACC$:

$$WACC_t = \frac{E_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Et} + \frac{D_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Dt} - \frac{K_{Dt} \times D_{t-1} \times T}{V_{t-1}} \quad (16)$$

Si se factoriza la expresión $\frac{D_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Dt}$ en la identidad (16) se obtiene la fórmula más utilizada del $WACC$ en la literatura financiera:

$$WACC_t = \frac{E_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Et} + \frac{D_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Dt} \times (1 - T) \quad (17)$$

La cual es equivalente a la identidad (14) cuando AI_t es similar a la identidad (15).

La fórmula de la identidad (17) también la plantea Fernández (2011) de la siguiente forma:

$$WACC_t = \frac{E_{t-1} \times K_{Et} + D_{t-1} \times K_{Dt} \times (1 - T)}{E_{t-1} + D_{t-1}} \quad (18)$$

Volviendo a utilizar la identidad (14), y reemplazando la ecuación general de K_{Et} dada por la (8), se tiene:

$$\begin{aligned} WACC_t = & \frac{E_{t-1}}{V_{t-1}} \times \left(K_{Ut} + (K_{Ut} - K_{Dt}) \times \frac{D_{t-1}}{E_{t-1}} - (K_{Ut} - X_t) \times \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} \right) \\ & + \frac{D_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Dt} - \frac{AI_t}{V_{t-1}} \end{aligned} \quad (19)$$

Se procede luego a desarrollar los factores dentro del paréntesis en la identidad (19), entonces:

$$\begin{aligned} WACC_t = & \frac{E_{t-1}}{V_{t-1}} \times \left(K_{Ut} + K_{Ut} \times \frac{D_{t-1}}{E_{t-1}} - K_{Dt} \times \frac{D_{t-1}}{E_{t-1}} - K_{Ut} \times \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} + X_t \times \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_{t-1}} \right) \\ & + \frac{D_{t-1}}{V_{t-1}} \times K_{Dt} - \frac{AI_t}{V_{t-1}} \end{aligned} \quad (20)$$

Desarrollando la expresión de la identidad (20) se obtiene una fórmula del $WACC_t$ sin K_{Et} ni K_{Dt} :

$$WACC_t = K_{Ut} - \frac{V_{t-1}^{AI}}{V_{t-1}} \times (K_{Ut} - X_t) - \frac{AI_t}{V_{t-1}} \quad (21)$$

Debe recordarse que:

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t}{1 + r_t}$$

Y, si r_t es el $WACC_t$, se tiene que:

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t}{1 + WACC_t} \quad (22)$$

Recuérdese que:

$$V_{t-1} = E_{t-1} + D_{t-1} \text{ y que: } V_t = E_t + D_t$$

Utilizando las expresiones anteriores, y reemplazándolas en (22), tenemos:

$$E_{t-1} + D_{t-1} = \frac{E_t + D_t + FCL_t}{1 + WACC_t} \quad (23)$$

Luego, reemplazando la identidad (23) en la (21) se tiene que:

$$WACC_t = K_{U_t} - \frac{V_{t-1}^{AI}}{E_t + D_t + FCL_t} \times (K_{U_t} - X_t) - \frac{AI_t}{E_t + D_t + FCL_t} \quad (24)$$

A partir de (24) se determina que:

$$WACC_t = \frac{K_{U_t} \times (E_t + D_t + FCL_t) - (K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} \times (1 + WACC_t) - AI_t \times (1 + WACC_t)}{E_t + D_t + FCL_t} \quad (25)$$

A continuación se factoriza $1+WACC_t$ en la expresión anterior y se obtiene:

$$WACC_t = \frac{K_{U_t} \times (E_t + D_t + FCL_t) - (1+WACC_t) \times [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t]}{E_t + D_t + FCL_t} \quad (26)$$

Luego se multiplica $WACC_t$ en (26) por $E_t + D_t + FCL_t$, con lo cual se tiene la siguiente identidad:

$$WACC_t \times (E_t + D_t + FCL_t) = K_{U_t} \times (E_t + D_t + FCL_t) - (1+WACC_t) \times [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t] \quad (27)$$

Posteriormente, se factoriza $E_t + D_t + FCL_t$ en la identidad (27), con lo cual:

$$(1 + WACC_t) \times [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t] = (E_t + D_t + FCL_t) \times (K_{U_t} - WACC_t) \quad (28)$$

Reemplazando $E_t + D_t$ por V_t en la identidad (28) se tiene que:

$$(1 + WACC_t) \times [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t] = (V_t + FCL_t) \times (K_{U_t} - WACC_t) \quad (29)$$

$$(1+WACC_t) \times [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t] = V_t \times K_{U_t} - V_t \times WACC_t + FCL_t \times K_{U_t} - FCL_t \times WACC_t \quad (30)$$

Luego, despejando $1 + WACC_t$ en la identidad (30), se tiene:

$$1 + WACC_t = \frac{(V_t + FCL_t) \times (K_{U_t} - WACC_t)}{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (31)$$

Lo cual implica que:

$$WACC_t = \frac{(V_t + FCL_t) \times (K_{U_t} - WACC_t) - [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t]}{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (32)$$

Y, además, se cumple lo siguiente:

$$WACC_t \times [(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t] = K_{U_t} \times (V_t + FCL_t) - (K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t \quad (33)$$

Despejando $WACC_t$ en (33) se obtiene la siguiente fórmula explícita para determinar el WACC:

$$WACC_t = \frac{K_{U_t} \times (V_t + FCL_t) - (K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t}{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t} \quad (34)$$

Con esto se demuestra la fórmula planteada por Mejía-Peláez y Vélez-Pareja (2011), paso por paso, desde las identidades de Modigliani y Miller (1958, 1963).

3.3. Fórmulas explícitas para el WACC y valor en $t-1$

A continuación se van a desarrollar fórmulas explícitas (sin circularidad) para el WACC y el valor de la empresa o el proyecto. Además, se utilizará como la tasa de descuento del ahorro fiscal, X_t , tanto K_{U_t} como K_{D_t} , pues son las opciones más populares en la literatura sobre finanzas.

Si la tasa de descuento del ahorro en impuesto a la renta, X_U , es igual a K_{U_U} , la identidad (34) se puede expresar como:

$$WACC_t = \frac{K_{U_t} \times (V_t + FCL_t) - AI_t}{AI_t + V_t + FCL_t} \quad (35)$$

Si la tasa de descuento del ahorro en impuesto a la renta, X_U , es igual a K_{D_U} , la identidad (34) se puede expresar como:

$$WACC_t = \frac{K_{U_t} \times (V_t + FCL_t) - (K_{U_t} - K_{D_t}) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t}{(K_{U_t} - K_{D_t}) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t} \quad (36)$$

A continuación, la identidad (34) se reemplaza en la (22), con lo cual se obtiene:

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t}{1 + \frac{K_{U_t} \times (V_t + FCL_t) - (K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t}{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t}} \quad (37)$$

Simplificando la identidad (37) se deriva la siguiente expresión:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t}{1 + K_{U_t}} \quad (38)$$

Si la tasa de descuento del ahorro en impuesto a la renta, X_U , se asume igual a K_{U_U} , la identidad (38) se reduce a una expresión como:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t + FCL_t}{1 + K_{U_t}} \quad (39)$$

Si la tasa de descuento del ahorro en impuesto a la renta, X_t , se asume igual a K_{Dt} , la identidad (38) se reduce a una expresión como:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{Ut} - K_{Dt}) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t}{1 + K_{Ut}} \quad (40)$$

4. Equivalencia entre el APV y el WACC

Según Brealey, Myers y Allen (2010), el APV consiste en hacer dos cálculos de valor presente. El primero corresponde al valor presente del proyecto o de la empresa con una iniciativa de negocios que no incluye financiamiento; con lo cual la tasa de descuento es el costo de capital sin apalancamiento. El segundo cálculo corresponde al valor presente de los beneficios fiscales obtenidos por el financiamiento, los cuales se descuentan a una tasa apropiada. De esta manera, el APV se obtiene de la suma de ambos valores presentes.

Para demostrar la equivalencia entre el APV y el WACC se empieza con la identidad general (38). Luego, agregando y restando el valor del negocio sin deuda en t (V_t^U), y dividiendo tal valor entre $1 + K_{Ut}$, V_{t-1} se puede expresar como:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t}{1 + K_{Ut}} + \frac{FCL_t}{1 + K_{Ut}} + \frac{V_t^U}{1 + K_{Ut}} - \frac{V_t^U}{1 + K_{Ut}} \quad (41)$$

Con base en la identidad fundamental (1) se infiere que:

$$V_{t-1}^U = \frac{FCL_t}{1 + K_{Ut}} + \frac{V_t^U}{1 + K_{Ut}} \quad (42)$$

A partir de la identidad (42) se puede expresar la identidad (41) como:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t}{1 + K_{Ut}} - \frac{V_t^U}{1 + K_{Ut}} + V_{t-1}^U \quad (43)$$

Y conociendo que:

$$V_t^{AI} = V_t - V_t^U \quad (44)$$

Entonces:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t^{AI}}{1 + K_{Ut}} + V_{t-1}^U \quad (45)$$

Si se elimina la dependencia de $t-1$ de los ahorros impositivos, entonces tenemos que:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{Ut} - X_t) \times \left(\frac{AI_t}{1 + X_t} + \frac{V_t^{AI}}{1 + X_t} \right) + AI_t + V_t^{AI}}{1 + K_{Ut}} + V_{t-1}^U \quad (46)$$

A continuación se procede a simplificar la identidad (46) en:

$$V_{t-1} = \frac{(K_{Ut} - X_t) \times (AI_t + V_t^{AI}) + (1 + X_t) \times (AI_t + V_t^{AI})}{(1 + X_t) \times (1 + K_{Ut})} + V_{t-1}^U \quad (47)$$

$$V_{t-1} = \frac{K_{Ut} \times AI_t + K_{Ut} \times V_t^{AI} - X_t \times AI_t - X_t \times V_t^{AI} + AI_t + V_t^{AI} + X_t \times AI_t + X_t \times V_t^{AI}}{(1 + X_t) \times (1 + K_{Ut})} + V_{t-1}^U \quad (48)$$

$$V_{t-1} = \frac{K_{Ut} \times AI_t + K_{Ut} \times V_t^{AI} + AI_t + V_t^{AI}}{(1 + X_t) \times (1 + K_{Ut})} + V_{t-1}^U \quad (49)$$

$$V_{t-1} = \frac{(1 + K_{Ut}) \times (AI_t + V_t^{AI})}{(1 + X_t) \times (1 + K_{Ut})} + V_{t-1}^U \quad (50)$$

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U \quad (51)$$

La identidad (51) es la fórmula del APV propuesta por Myers (1974) y derivada a partir del valor del negocio en $t - 1$. Este resultado se ha demostrado a partir de la fórmula explícita del WACC. Asimismo, X_t puede ser alguna tasa de descuento que esté entre K_{Dt} y K_{Ut} ; pero los valores más comunes en la literatura financiera son los valores antes mencionados.

5. Condición de existencia del capital accionario positivo

Hasta el momento no se ha hecho explícita ninguna relación de consistencia de los flujos de caja, salvo la restricción implícita $E_{t-1} > 0$ para todo t que se utiliza en la identidad (6). Por simplicidad de notación se asume que:

$$\gamma_t = V_t + FCL_t \quad (52)$$

A partir de la identidad fundamental (1) y de la fórmula explícita del $WACC_t$ dada por la identidad (34), se demuestra fácilmente que V_{t-1} satisface esta relación:

$$V_{t-1} = \frac{\gamma_t + (K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t}{1 + K_{Ut}} \quad (53)$$

Como se necesita al menos que $V_{t-1} > D_{t-1}$ para que $E_{t-1} > 0$, entonces se requiere la siguiente restricción para el valor y el flujo de caja libre:

$$\gamma_t > (1 + K_{Ut}) \times D_{t-1} - (K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t \quad (54)$$

Para lograr una mayor intuición sobre la ecuación (54), se asume que $X_t = K_{Ut} = K_U$ y $K_{Dt} = K_D$, con lo cual la restricción se puede expresar como:

$$\gamma_t > (1 + K_U) \times D_{t-1} - D_{t-1} \times K_D \times T = D_{t-1} \times (1 + K_U - K_D \times T) \quad (55)$$

La condición reflejada en la identidad (55) dice que, para obtener un capital positivo en E_{t-1} , $V_t + FCL_t$, es decir, el valor más el flujo de caja libre en t , tiene que ser mayor que $D_{t-1} \times (1 + K_U - K_D \times T)$, donde el término $K_U - K_D \times T$ se interpreta como el costo de capital con un apalancamiento que tiende a ser el 100% de la estructura de capital.

6. Fórmula cuadrática y cota superior del WACC

En esta sección se presenta una ecuación cuadrática para encontrar el valor del WACC. Es decir, se demostrará que, para ciertas constantes a , b y c , el WACC satisface lo siguiente:

$$a \times WACC_t^2 + b \times WACC_t + c = 0 \quad (56)$$

Según la identidad (32) se tiene que:

$$WACC_t = \frac{(V_t + FCL_t) \times (K_{Ut} - WACC_t) - [(K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t]}{(K_{Ut} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (57)$$

Si se multiplica la identidad (57) por $\frac{WACC_t}{WACC_t}$, al simplificar los términos se obtiene:

$$\left(1 + \frac{V_t + FCL_t}{C_t}\right) \times WACC_t^2 - \left(\frac{(V_t + FCL_t) \times K_{U_t}}{C_t} - 1\right) \times WACC_t = 0 \quad (58)$$

Donde $C_t = (K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t$.

Además, se observa claramente que la identidad (58) tiene la forma cuadrática dada por la expresión (56). Como se requiere $WACC_t > 0$ para todo t , entonces la ecuación cuadrática en (56) se reduce a una simple ecuación lineal en $WACC_t$ cuya solución coincide con la fórmula obtenida en (34).

Se debe precisar que, si se escoge K_{U_t} como tasa de descuento para el ahorro tributario y, además, no existe deuda en el periodo anterior, entonces no habrá ahorro tributario en el periodo presente, por ello el término C_t será cero. Con lo cual no se podrán determinar los coeficientes de la ecuación cuadrática en la identidad (58) ni sus respectivas soluciones. En esta situación la solución será únicamente K_{U_t} .

También el término C_t será cero si no hay deuda en el periodo anterior ni en el periodo presente, por lo que K_{U_t} es también la única solución bajo este escenario.

Asimismo, para que la identidad (58) tenga una solución estrictamente positiva es necesario que el lado derecho de la (57) sea mayor que 0. Lo cual es equivalente a:

$$\frac{V_t + FCL_t}{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t} \times (K_{U_t} - WACC_t) > 1 \quad (59)$$

Al despejar $WACC_t$ de la identidad (59) se tiene:

$$WACC_t < K_{U_t} - \frac{(K_{U_t} - X_t) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t}{V_t + FCL_t} = CS_t \quad (60)$$

Donde CS_t significa la cota superior para el $WACC$ en el periodo t .

Por tanto, de la expresión (60) tenemos que CS_t es una cota superior para el $WACC_t$. Se debe notar que en el numerador del segundo término del que está compuesto CS_t , solo se encuentran las variables relacionadas con los escudos fiscales. De esta manera, si se asume que $X_t = K_{Ut} = K_U$ y $K_{Dt} = K_D$, entonces CS_t en la identidad (60) se simplifica a:

$$CS_t = K_U - \frac{K_D \times D_{t-1} \times T}{V_t + FCL_t} \quad (61)$$

De forma que solo dependería de D_{t-1} y $V_t + FCL_t$.

2

Aplicación práctica de las fórmulas propuestas para la valorización de empresas y de proyectos de inversión

El presente capítulo expone seis casos prácticos de la aplicación de las fórmulas y los conceptos desarrollados en el capítulo anterior, con un objetivo comparativo de distintas respuestas posibles de flujos con WACC y con APV.

1. Casos diversos de la equivalencia entre el APV y el WACC

1.1. Caso 1: valorización de una empresa cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D

a) Cálculo del WACC

En este ejemplo se presentan flujos de caja libre variables y una deuda variable y finita. En los cuadros, V representa el valor presente de los flujos de la empresa o proyecto en t . En este caso, la tasa impositiva es del 30%. El cuadro 2.1 muestra la información relevante para los cálculos.

El cálculo del $WACC$ sin el proceso iterativo (ver cuadro 2.2), cuando la tasa de descuento para el ahorro fiscal en impuestos es K_D , se realiza con la siguiente fórmula:

Cuadro 2.1. Caso 1: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	18,400.00
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	42,426.81	37,306.30	31,361.27	24,476.47	16,220.21	0
AI	0	378.00	310.95	239.87	164.52	84.65
V_{AI}	1,028.32	712.02	443.79	230.55	79.86	0
D	21,000.00	17,275.00	13,326.00	9,140.00	4,703.00	0
E	21,426.81	20,031.30	18,035.27	15,336.47	11,517.21	0
K_D		6.00%	6.00%	6.00%	6.00%	6.00%
K_U		14.00%	14.00%	14.00%	14.00%	14.00%
K_E		21.46%	20.61%	19.71%	18.65%	17.21%
WACC		12.92%	13.01%	13.12%	13.25%	13.44%

Nota. La tasa impositiva es del 30%.
Elaboración propia.

$$WACC_t = \frac{K_U \times (V_t + FCL_t) - (K_U - K_D) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t}{(K_U - K_D) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t}$$

Cuadro 2.2. Caso 1: Cálculo del WACC (sin proceso iterativo)

Variable	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
WACC		0.1292	0.1301	0.1312	0.1325	0.1344

Elaboración propia.

Así, se obtiene el mismo *WACC* de cada periodo.

Desarrollando la ecuación cuadrática expresada en la identidad (58) se obtienen los mismos resultados para el *WACC* (ver cuadro 2.3).

Cuadro 2.3. Caso 1: cálculo del WACC (con coeficientes de ecuaciones cuadráticas)

Variables	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
C_t	460.27	367.91	275.37	182.96	91.04
a	105.08	115.60	129.83	152.51	203.10
b	-13.57	-15.04	-17.04	-20.21	-27.29
X_1	0.1292	0.1301	0.1312	0.1325	0.1344
X_2	0	0	0	0	0

Elaboración propia.

b) Cálculo del APV

A continuación se realiza la valorización utilizando el método APV (ver cuadro 2.4), según la fórmula:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U$$

Cuadro 2.4. *Caso 1: cálculo del APV*

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
<i>FCL</i>	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	18,400.00
<i>VU</i>	41,398.49	36,594.28	30,917.48	24,245.92	16,140.35	0
<i>VAI</i>	1,028.32					
<i>V</i>	42,426.81					

Elaboración propia.

Por lo tanto, se constata que en el presente caso, cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D , tanto la valoración con el método WACC como con el método APV llegan a igual resultado (ver cuadros 2.1 y 2.4).

1.2. Caso 2: valorización de la empresa del Caso 1 cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_U

a) Cálculo del WACC

En el segundo caso se vuelven a presentar los flujos de caja libre variables, y la deuda variable y finita de la empresa del acápite anterior. La tasa impositiva también es del 30%. El cuadro 2.5 muestra la información relevante para los cálculos.

El *WACC* sin el proceso iterativo (ver cuadro 2.6), cuando la tasa de descuento para el ahorro fiscal en impuestos es K_U , se calcula con la fórmula:

$$WACC_t = \frac{K_U \times (V_t + FCL_t) - AI_t}{AI_t + V_t + FCL_t}$$

Cuadro 2.6. *Caso 2: cálculo del WACC (sin proceso iterativo)*

Variable	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
<i>WACC</i>		0.1311	0.1316	0.1323	0.1333	0.1348

Elaboración propia.

Así, se obtiene el mismo *WACC* de cada periodo.

Cuadro 2.5. Caso 2: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	18,400.00
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	42,272.61	37,212.78	31,311.62	24,455.38	16,214.61	0
AI	0	378.00	310.95	239.87	164.52	84.65
V_{AI}	874.12	618.50	394.14	209.45	74.26	0
D	21,000.00	17,275.00	13,326.00	9,140.00	4,703.00	0
E	21,272.61	19,937.78	17,985.62	15,315.38	11,511.61	0
K_D		6.00%	6.00%	6.00%	6.00%	6.00%
K_U		14.00%	14.00%	14.00%	14.00%	14.00%
K_E		21.90%	20.93%	19.93%	18.77%	17.27%
WACC		13.11%	13.16%	13.23%	13.33%	13.48%

Nota. La tasa impositiva es del 30%.
Elaboración propia.

Desarrollando la ecuación cuadrática expresada en la identidad (58) se obtienen los mismos resultados para el *WACC* (ver cuadro 2.7).

Cuadro 2.7. *Caso 2: cálculo del WACC (con coeficientes de ecuaciones cuadráticas)*

Variabes	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
C_t	378.00	310.95	239.868	164.52	84.65
a	127.49	136.43	148.81	169.46	218.36
b	-16.71	-17.96	-19.69	-22.58	-29.43
X_1	0.1311	0.1316	0.1323	0.1332	0.1347
X_2	0	0	0	0	0

Elaboración propia.

b) Cálculo del APV

A continuación se realiza la valorización utilizando el método APV (ver cuadro 2.8), mediante la siguiente fórmula:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U$$

Cuadro 2.8. *Caso 2: cálculo del APV*

Variabes	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	18,400.00
V^U	41,398.49	36,594.28	30,917.48	24,245.92	16,140.35	0
V^{AI}	874.12					
V	42,272.61					

Elaboración propia.

Por lo tanto, se constata que en el presente caso, cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_U , tanto la valorización con el método WACC como con el método APV llegan al mismo resultado (ver cuadros 2.5 y 2.8).

1.3. Caso 3: valorización de un proyecto cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D

a) Cálculo del WACC

En el tercer y el cuarto caso se compara el valor presente de los proyectos cuando se tiene una inversión inicial. Para ello se asume una tasa impositiva del 35% y una inversión inicial de 23,000 soles. El cuadro 2.9 muestra la información relevante para los cálculos.

El $WACC$ sin el proceso iterativo (ver cuadro 2.10), cuando la tasa de descuento para el ahorro fiscal en impuestos es K_D , se calcula con la siguiente fórmula:

$$WACC_t = \frac{K_U \times (V_t + FCL_t) - (K_U - K_D) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t}{(K_U - K_D) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t}$$

Cuadro 2.10. Caso 3: cálculo del WACC (sin proceso iterativo)

Variable	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
WACC		0.1217	0.1245	0.1269	0.1292	0.1308

Elaboración propia.

Así, se obtiene el mismo $WACC$ de cada periodo.

b) Cálculo del APV

A continuación se realiza la valorización utilizando el método APV (ver cuadro 2.11), mediante la siguiente fórmula:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U$$

Cuadro 2.9. Caso 3: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
<i>FCL</i>	0	5,000.00	5,900.00	6,600.00	7,800.00	8,500.00
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	23,320.69	21,159.21	17,893.92	13,564.68	7,516.75	0
Inversión inicial	23,000	0	0	0	0	0
<i>AI</i>	0	441.00	362.78	279.85	191.94	98.76
<i>I^{AI}</i>	1,199.71	830.69	517.75	268.97	93.17	0
<i>D</i>	21,000.00	17,275.00	13,326.00	9,140.00	4,703.00	0
<i>E</i>	2,320.69	3,884.21	4,567.92	4,424.68	2,813.75	0
<i>K_D</i>		6.00%	6.00%	6.00%	6.00%	6.00%
<i>K_U</i>		14.50%	14.50%	14.50%	14.50%	14.50%
<i>K_E</i>		87.02%	50.49%	38.33%	31.54%	28.43%
<i>WACC</i>		12.17%	12.45%	12.69%	12.92%	13.08%
VAN	320.69					

Nota. La tasa impositiva es del 35%.
Elaboración propia.

Cuadro 2.11. Caso 3: cálculo del APV

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	5,000.00	5,900.00	6,600.00	7,800.00	8,500.00
VU	22,120.98	20,328.52	17,376.16	13,295.70	7,423.58	0
VAI	1,199.71					
V	23,320.69					
Inversión inicial	23,000.00					
VAN	320.69					

Elaboración propia.

Por lo tanto, se constata que en el presente caso, cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D , tanto la valoración con el método WACC como con el método APV llegan al mismo resultado (ver cuadros 2.9 y 2.11).

1.4. Caso 4: valorización del proyecto del Caso 3 cuando K_U es la tasa de descuento del escudo fiscal

a) Cálculo del WACC

Para el cuarto caso, la tasa impositiva es del 35% y la inversión inicial es de 23,000 soles, datos a partir de los cuales se obtiene el cálculo del WACC con proceso iterativo y el del VAN. El cuadro 2.12 muestra la información relevante para los cálculos.

El $WACC$ sin el proceso iterativo (ver cuadro 2.13), cuando la tasa de descuento para el ahorro fiscal en impuestos es K_U , se calcula con la siguiente fórmula:

$$WACC_t = \frac{K_U \times (V_t + FCL_t) - AI_t}{AI_t + V_t + FCL_t}$$

Cuadro 2.12. Caso 4: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	5,000.00	5,900.00	6,600.00	7,800.00	8,500.00
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	23,131.13	21,044.14	17,832.76	13,538.67	7,509.84	0
Inversión inicial	23,000	0	0	0	0	0
AI	0	441.00	362.78	279.85	191.94	98.76
I/AI	1,010.14	715.62	456.60	242.97	86.26	0
D	21,000.00	17,275.00	13,326.00	9,140.00	4,703.00	0
E	2,131.13	3,769.14	4,506.76	4,398.67	2,806.84	0
K_D		6.00%	6.00%	6.00%	6.00%	6.00%
K_U		14.50%	14.50%	14.50%	14.50%	14.50%
K_E		98.26%	53.46%	39.63%	32.16%	28.74%
$WACC$		12.59%	12.78%	12.93%	13.08%	13.18%
VAN	131.13					

Nota. La tasa impositiva es del 35%.

Elaboración propia.

Cuadro 2.13. Caso 4: cálculo del WACC (sin proceso iterativo)

Variable	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
WACC		0.1259	0.1278	0.1293	0.1308	0.1318

Elaboración propia.

Así, se obtiene el mismo WACC de cada periodo.

b) Cálculo del APV

A continuación se realiza la valorización utilizando el método APV (ver cuadro 2.14), mediante la siguiente fórmula:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U$$

Cuadro 2.14. Caso 4: cálculo del APV

Variabes	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	5,000.00	5,900.00	6,600.00	7,800.00	8,500.00
V ^U	22,120.98	20,328.52	17,376.16	13,295.70	7,423.58	0
V ^{AI}	1,010.14					
V	23,131.13					
Inversión inicial	23,000.00					
VAN	131.13					

Elaboración propia.

Por lo tanto, se constata que en el presente caso, cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_U , tanto la valorización con el método WACC como con el método APV llegan al mismo resultado (ver cuadros 2.12 y 2.14).

1.5. Caso 5: valorización de un proyecto cuando K_U es la tasa de descuento del escudo fiscal y se cancela la deuda en un periodo determinado y posteriormente se asume una nueva deuda

a) Cálculo del WACC

Para este quinto caso propuesto, la tasa impositiva es del 30%, con ella se calcula el WACC con proceso iterativo. El cuadro 2.15 muestra la información relevante para los cálculos.

El *WACC* sin el proceso iterativo (ver cuadro 2.16), cuando la tasa de descuento para el ahorro fiscal en impuestos es K_U , se calcula con la siguiente fórmula:

$$WACC_t = \frac{K_U \times (V_t + FCL_t) - AI_t}{AI_t + V_t + FCL_t}$$

Cuadro 2.16. *Caso 5: cálculo del WACC (sin proceso iterativo)*

Variable	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
<i>WACC</i>		0.1324	0.1354	0.1379	0.1400	0.1190

Elaboración propia.

Así, se obtiene el mismo *WACC* de cada periodo.

b) Cálculo del APV

A continuación se realiza la valorización utilizando el método APV (ver cuadro 2.17), mediante la siguiente fórmula:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U$$

Cuadro 2.15. Caso 5: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	2,239.00
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	33,373.14	27,193.38	20,074.45	11,842.87	2,000.88	0
AI	0	252.00	126.00	42.00	0	42.00
V^{AI}	368.17	167.71	65.19	32.32	36.84	0
D	12,000.00	6,000.00	2,000.00	0	2,000.00	0
E	21,373.14	21,193.38	18,074.45	11,842.87	0.88	0
K_D		7.00%	7.00%	7.00%	7.00%	7.00%
K_U		14.00%	14.00%	14.00%	14.00%	14.00%
K_E		17.93%	15.98%	14.77%	14.00%	15,974.00%
WACC		13.24%	13.54%	13.79%	14.00%	11.90%

Nota. La tasa impositiva es del 30%.
Elaboración propia.

Cuadro 2.17. Caso 5: cálculo del APV

Variabes	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
<i>FCL</i>	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	2,239.00
<i>V^U</i>	33,004.97	27,025.67	20,009.26	11,810.56	1,964.04	0
<i>V^{AI}</i>	368.17					
<i>V</i>	33,373.14					

Elaboración propia.

Por lo tanto, se constata que en el presente caso, cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_U , se cancela la deuda en un periodo determinado y posteriormente se asume una nueva deuda, tanto la valoración con el método WACC como con el método APV llegan al mismo resultado (ver cuadros 2.15 y 2.17).

1.6. Caso 6: valorización de un proyecto cuando K_D es la tasa de descuento del escudo fiscal y ya no hay deuda en los dos últimos periodos

a) Cálculo del WACC

Para este sexto caso propuesto, la tasa impositiva es igualmente del 30%, con la cual se calcula el WACC con proceso iterativo. El cuadro 2.18 muestra la información relevante para los cálculos.

El *WACC* sin el proceso iterativo (ver cuadro 2.19), cuando la tasa de descuento para el ahorro fiscal en impuestos es K_D , se calcula con la siguiente fórmula:

$$WACC_t = \frac{K_U \times (V_t + FCL_t) - (K_U - K_D) \times V_{t-1}^{AI} - AI_t}{(K_U - K_D) \times V_{t-1}^{AI} + AI_t + V_t + FCL_t}$$

Cuadro 2.18. Caso 6: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	18,400.00
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	42,983.42	37,721.57	31,642.77	24,637.83	16,283.19	0
AI	0	216.00	162.00	108.00	54.00	0
I^{AI}	481.40	294.29	149.95	50.94	0	0
D	12,000.00	9,000.00	6,000.00	3,000.00	0	0
E	30,983.42	28,721.57	25,642.77	21,637.83	16,283.19	0
K_D		6.00%	6.00%	6.00%	6.00%	6.00%
K_U		13.00%	13.00%	13.00%	13.00%	13.00%
K_E		15.60%	15.12%	14.60%	13.95%	13.00%
WACC		12.42%	12.52%	12.63%	12.77%	13.00%

Nota. La tasa impositiva es del 30%.
Elaboración propia.

Cuadro 2.19. Caso 6: cálculo del WACC (sin proceso iterativo)

Variable	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
WACC		0.1242	0.1252	0.1263	0.1277	0.1300

Elaboración propia.

Así, se obtiene el mismo *WACC* de cada periodo.

b) Cálculo del APV

A continuación se realiza la valorización utilizando el método APV (ver cuadro 2.20), mediante la siguiente fórmula:

$$V_{t-1} = \frac{AI_t + V_t^{AI}}{1 + X_t} + V_{t-1}^U$$

Cuadro 2.20. Caso 6: cálculo del APV

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	18,400.00
V ^U	42,502.02	37,427.28	31,492.82	24,586.89	16,283.19	0
V ^{AI}	481.40					
V	42,983.42					

Elaboración propia.

Por lo tanto, se constata que en el presente caso, cuando la tasa de descuento del escudo fiscal es K_D y no existe deuda en los dos últimos periodos, tanto la valorización con el método WACC como con el método APV llegan al mismo resultado (ver cuadros 2.18 y 2.20).

2. Ventajas del método APV sobre el método WACC

En los casos 3 y 4 se puede apreciar claramente la ventaja del método APV para la valorización de un proyecto. En ambos casos, el VAN es positivo,

pero al valorizar por el método WACC no se puede apreciar que el proyecto desapalancado cree valor; en cambio, en el método APV se muestra que se logra un VAN positivo por el escudo fiscal de la deuda.

Asimismo, el proyecto como negocio sin financiamiento no crea valor, pues solo a través de la deducción de los intereses para determinar el impuesto a la renta es que se revierte el VAN negativo que surge de los flujos de caja del negocio.

Como señala Sabal (2007), con el APV la firma se valoriza (parcialmente) sin considerar su apalancamiento, dejando el nivel de deuda como una variable independiente durante la valorización.

Se nota con claridad que el APV es más sencillo de aplicar que el WACC y, por lo señalado anteriormente, el primero es un método en el cual se puede apreciar con claridad los componentes que generan valor.

3. Demostración de la restricción para el patrimonio positivo y la cota superior para el método WACC cuando X_t es igual a K_U

En este caso, se tiene un monto del FCL en el periodo 5 que genera una diferencia mínima al monto que debe superar según la siguiente identidad:

$$\gamma_t > (1 + K_U) \times D_{t-1} - D_{t-1} \times K_D \times T = D_{t-1} \times (1 + K_U - K_D \times T) \quad (55)$$

Se puede apreciar que el patrimonio es casi cero en el periodo 4 (ver cuadro 2.21). La tasa impositiva es del 30%.

Asimismo, en esta situación límite, la cota superior explicada por la identidad formulada en (61) es mayor que el $WACC$ en el periodo 5, al alcanzar el 12.123%.

$$CS_t = K_U - \frac{K_D \times D_{t-1} \times T}{V_t + FCL_t} \quad (61)$$

Además, el *WACC* de 11.90% es prácticamente igual a $K_U - K_D \times T$, fórmula según la cual el valor que corresponde al *WACC* en el periodo 5 está con un nivel de apalancamiento muy elevado (ver cuadro 2.21).

Cuadro 2.21. Caso final: cálculo del WACC (con proceso iterativo)

Variables	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
FCL	0	10,600.00	10,800.00	11,000.00	11,500.00	2,238.05 ^a
$V = \frac{FCL}{1 + WACC}$	33,810.67	27,524.17	20,283.55	11,934.25	2,000.04	0
AI	0	420.00	294.00	189.00	105.00	42.00
I_{AI}	806.20	499.06	274.93	124.42	36.84	0
D	20,000.00	14,000.00	9,000.00	5,000.00	2,000.00	0
E	13,810.67	13,524.17	11,283.55	6,934.25	0.04	0
K_D		7.00%	7.00%	7.00%	7.00%	7.00%
K_U		14.00%	14.00%	14.00%	14.00%	14.00%
K_E		24.14%	21.25%	19.58%	19.05%	319,214.00%
WACC		12.76%	12.93%	13.07%	13.12%	11.90% ^b

Nota. ^a Se obtiene del desarrollo de la identidad (55) que es la restricción para un valor de mercado del patrimonio (o capital positivo), que en este caso es de 0.04.

^b Este WACC obtenido bajo la restricción para un valor de mercado o capital positivo, pero casi cero, no supera la cota del WACC de 12.123% obtenida del desarrollo de la fórmula (61).

La tasa impositiva es del 30%.

Elaboración propia.

Conclusiones de la investigación

Mediante la exposición realizada se comprueba que el problema de la circularidad para determinar el *WACC* no solo puede resolverse mediante un proceso iterativo, sino también mediante una fórmula explícita, fácil de despejar en un escenario con flujos y deuda finita y bajo los supuestos expuestos en los diferentes casos.

A partir de la fórmula explícita para determinar el *WACC* dada por la identidad (34), desarrollada en el capítulo 1, se determinó la fórmula para hallar el valor del proyecto de inversión o valorización de una empresa en $t-1$ y, a partir de esta segunda fórmula, se encontró la fórmula del APV, la cual resultó equivalente a la expuesta por Myers (1974).

A través de varios casos se comprobó que la valoración de un proyecto de inversión o de una empresa mediante los métodos WACC o APV dan los mismos resultados. Además, se verificaron estos resultados producidos por la ecuación cuadrática para hallar el *WACC*.

El APV es un método de valorización superior al WACC para los supuestos considerados en este trabajo de investigación, pues con él se puede distinguir con claridad el valor del negocio sin apalancamiento y el beneficio de tomar deuda de forma separada, ventaja que no tiene el método WACC. Además de esta ventaja, su aplicación para las valorizaciones es

muy fácil, ya que no necesita la determinación de costos de capital distintos para cada periodo.

También se presentó en esta investigación la condición de existencia de un patrimonio positivo como sustento de la valoración por medio del método WACC cuando $X_t = K_U$ y $K_{Dt} = K_D$, es decir, que dicha condición está dada por $V_t + FCL_t > D_{t-1} \times (1 + K_U - K_D \times T)$.

El incumplimiento de tal condición hace inviable la valoración por medio del método WACC, si, por ejemplo, se presentan valores de mercado negativos para el capital de la empresa o del proyecto de inversión. La condición establece que el flujo de caja libre en t más los valores presentes en t de los flujos de caja de periodos posteriores debe ser mayor a la deuda pendiente en t actualizada por la tasa $(K_U - K_D \times T)$.

Por lo tanto, se tiene que dicha tasa corresponde a un costo promedio ponderado del capital (WACC) bajo un apalancamiento muy elevado.

Bibliografía

- Brealey, R. A., Myers, S .C., & Allen, F. (2010). *Principios de finanzas corporativas*. 9.^a ed. México D.F., México: McGraw-Hill.
- Court, E. (2012). *Finanzas corporativas*. Buenos Aires, Argentina: Cengage Learning.
- De Roon, F. & Van Der Veer, J. (2014). *A practitioners toolkit on valuation. Part I: (Un)Levering the cost of equity and financing policy with constant expected free cash flows: APV, WACC and CFE*. Recuperado de <https://www.tias.edu/docs/default-source/Kennisartikelen/a-practioners-toolkit-on-valuation.pdf?sfvrsn=6>
- Fernández, P. (2011). *WACC: definición, interpretaciones equivocadas y errores*. Documento de Investigación DI-914. Barcelona, España: IESE Business School y Universidad de Navarra.
- Mejía-Peláez, F. & Vélez-Pareja, I. (2011). Analytical solution to the circularity problem in the discounted cash flow valuation framework. *Innovar*, 21(42), 55-68.
- Modigliani, F. & Miller, M. H. (1958). The cost of capital, corporation taxes and the theory of investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261-297.
- Modigliani, F. & Miller, M. H. (1963). Corporate income taxes and the cost of capital: A correction. *The American Economic Review*, 53(3), 433-443.

- Myers, S. C. (1974). Interactions of corporate financing and investment decisions-implications for capital budgeting. *The Journal of Finance*, 29(1), 1-25.
- Ross, S. A., Westerfield, R. W., & Jaffe, J. (2012). *Finanzas corporativas*. 9.ª ed. México D.F., México: McGraw-Hill.
- Sabal, J. (2007). WACC or APV? *Journal of Business Valuation and Economic Loss Analysis*, 2(2), 1-20.
- Schauten, M. B. J. (2011). Three discount methods for valuing projects and the required return on equity. *Contaduría y Administración*, 58(1), 63-85.
- Vélez-Pareja, I. & Tham, J. (2006). *La discrepancia entre el APV y el DCF en la 8va. edición de Brealey, Myers y Allen, Principles of corporate finance, 2006 [The mismatching of APV and the DCF in Brealey, Myers and Allen 8th edition of Principles of Corporate Finance, 2006]*. Recuperado de http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=931805

Definición de variables

AI	Flujo de caja del ahorro en impuesto a la renta o escudo fiscal
APV	Valor presente ajustado
D	Valor de mercado de la deuda
E	Valor de mercado del patrimonio
FCA	Flujo de caja del accionista
FCD	Flujo de caja de la deuda
FCL	Flujo de caja libre
K_E	Tasa esperada por el inversionista cuando invierte en una empresa con deuda
K_U	Tasa esperada por el inversionista cuando invierte en una empresa sin deuda
K_D	Costo de la deuda
r	Tasa de descuento
T	Tasa del impuesto a la renta
$UAII$	Utilidad antes de intereses e impuestos
V	Valor de mercado de la empresa con deuda
V^U	Valor de mercado de la empresa sin deuda
V^{AI}	Valor de mercado del AI
VF	Valor futuro
VP	Valor presente
VAN	Valor actual neto
X	Tasa de descuento del ahorro en impuesto a la renta (AI)
$WACC$	Costo promedio ponderado del capital

Sobre los autores

Luis CHÁVEZ BEDOYA MERCADO

lchavezbedoya@esan.edu.pe

Profesor investigador de la ESAN Graduate School of Business de la Universidad ESAN. Ph.D. y MS en Ingeniería Industrial y Ciencias de la Administración por la Northwestern University, Evanston, Estados Unidos. Maestría en Matemáticas con especialidad en Procesos Estocásticos, ingeniero industrial y bachiller en Ingeniería Industrial por la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Ha sido profesor asistente del Programa de Maestría en Matemática Financiera de la Johns Hopkins University, Baltimore, Estados Unidos. Sus áreas de interés en investigación son la ingeniería financiera y los métodos cuantitativos en administración.

Ernesto GUEVARA ROSPIGLIOSI

eguevrosp@gmail.com

Magíster en Finanzas por la Universidad ESAN y contador público por la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP), institución donde también ha realizado un posgrado en Tributación. Miembro del equipo de trabajo Sunedu-MEF-Sunat-Minedu que elaboró la exposición de motivos y el decreto supremo que reglamenta el uso del crédito tributario por reinversión en las universidades privadas societarias. Contador general de empresas locales y extranjeras, tiene experiencia en la elaboración de estados financieros y en la óptima aplicación de las normas tributarias y el uso correcto de las NIIF.